M^{30}

VOLUME 2

Por

EMANUELLY DE PAULA

blogs.unicamp.br/zero

blogs.unicamp.br/m3

INTRODUÇÃO

M^{30} é um projeto de Divulgação Científica de Matemática que incorpora na forma de Ebooks, os textos produzidos semestralmente pelos Blogs de Divulgação Científica de Matemática, Zero e M^3 (conhecido também como Matemática Multimídia), ambos vinculados ao projeto Blogs de Ciências da Unicamp (blogs.unicamp.br).

O Blog Zero teve sua origem em 01 de junho de 2019, focado na intersecção da ludicidade com o formalismo matemático. Nessa dimensão ampla são perpassados tópicos muito diversos, desde discussões sobre gênero, política, animes, ensino, jogos, contos (até alquimia), mas sempre alicerçados em conhecimentos científicos e vistos sob a lente de conceitos relacionados à Matemática.

O Blog M^3 surge em 18 de junho de 2020 como uma forma de revisitar as experiências envolvidas na coleção Matemática Multimídia (m3.ime.unicamp.br) que completava 10 anos e passava por uma atualização de seus conteúdos. Neste espaço colaborativo, professores e pesquisadores com quaisquer grau de experiência no uso da coleção Matemática Multimídia, podem compartilhar seus relatos e trazer ideias diferentes para combinar, associar ou reutilizar os recursos disponíveis.

Índice

1. Hidra Condicional

blogs.unicamp.br/zero/351 (20/07/2019)

A Hidra na Mitologia Grega era um monstro com corpo de dragão e várias cabeças de serpente que habitava um pântano perto do lago de Lerna.

Em algumas versões da lenda, a Hidra tem uma cabeça verdadeira que caso destruída, a Hidra morreria e outras falsas cabeças, que quando destruídas geram duas novas cabeças.

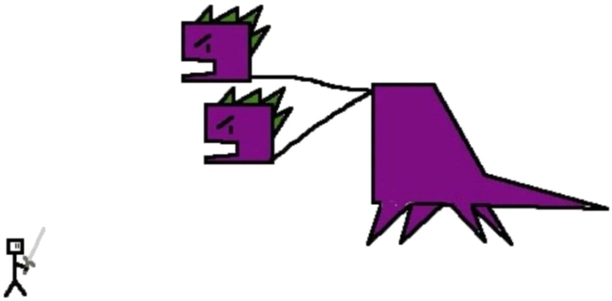
Para a construção do nosso problema, assumimos esta versão como a verdadeira.

Assim, suponha que exista um herói cego, incansável e invulnerável, capaz de atacar a Hidra por quanto tempo quiser.

Mas por definição (de acordo com a lenda), cada cabeça falsa que é cortada gera duas novas cabeças falsas.

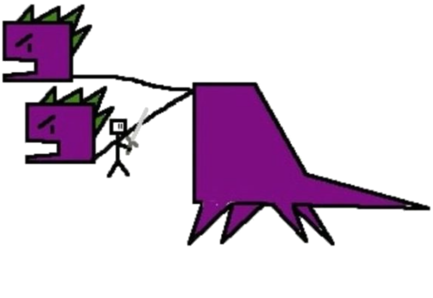
Então, cada vez que a cabeça errada for cortada, sua chance de acertar a cabeça certa será menor.

Para ilustrar este problema vamos supor que a Hidra comece com duas cabeças (mas ela poderia começar com qualquer N cabeças, sendo N maior ou igual a 2).

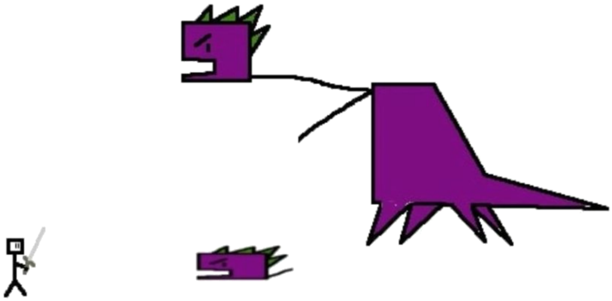


Nosso herói cego está diante da Hidra de duas cabeças.

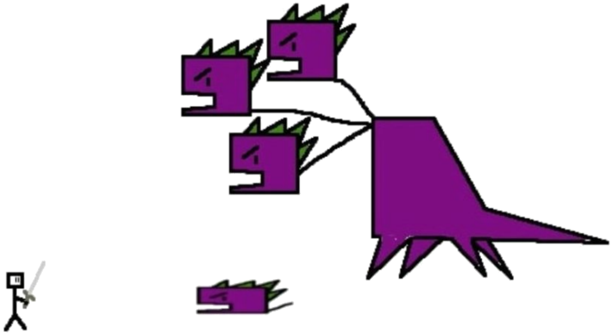
A chance de acertar a cabeça verdadeira é 50% e a chance de acertar a cabeça falsa é 50%.



Ele ataca uma cabeça.

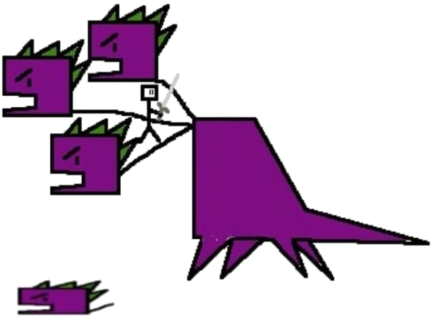


A cabeça é arrancada.

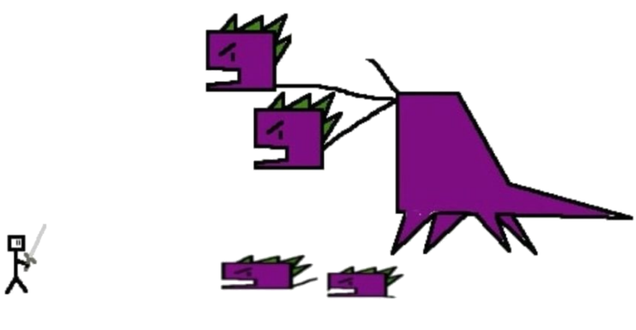


Mas por azar, era a cabeça falsa. Então nasceram duas novas cabeças.

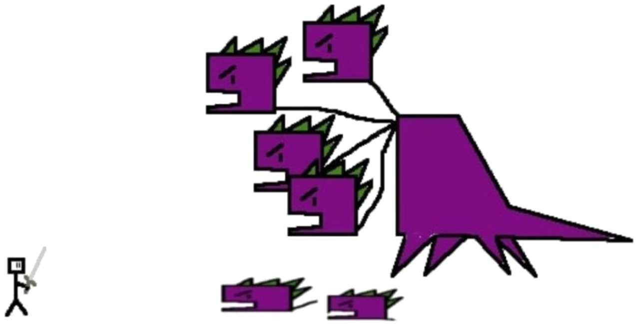
Agora sua chance de acertar a cabeça verdadeira é aproximadamente 33% e a chance de acertar uma cabeça falsa é aproximadamente 67%.



Ele ataca uma cabeça.

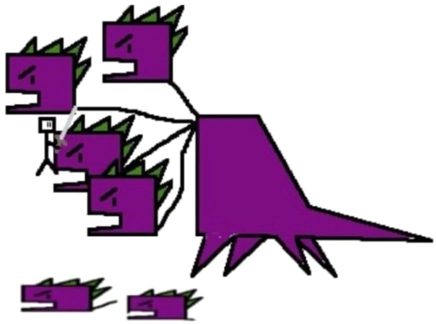


A cabeça é arrancada.

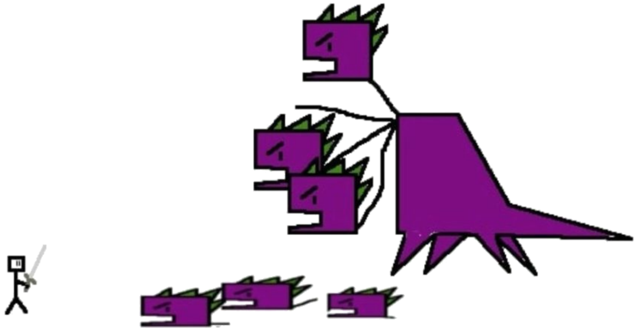


Mas por azar, era a cabeça falsa. Então nasceram duas novas cabeças.

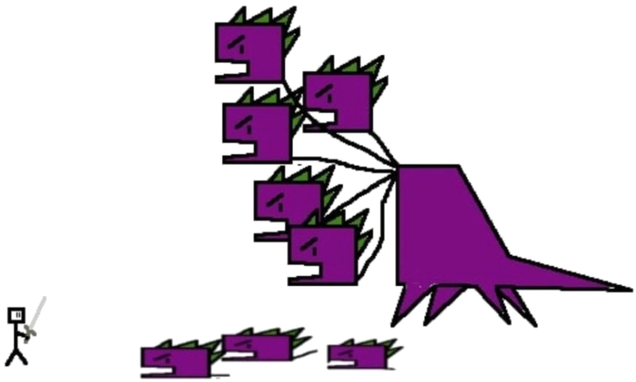
Agora sua chance de acertar a cabeça verdadeira é 25% e a chance de acertar uma cabeça falsa é 75%.



Ele ataca uma cabeça.



A cabeça é arrancada.



Mas por azar, era a cabeça falsa. Então nasceram duas novas cabeças.

Agora sua chance de acertar a cabeça verdadeira é 20% e a chance de acertar uma cabeça falsa é 80%. Vamos parar com apenas 5 cabeças, mas neste problema, aparentemente quanto mais o nosso herói demora para matar a Hidra, mais improvável parece a chance dele acertar a cabeça verdadeira (dado que o número de cabeças falsas aumenta).

Você pode até pensar que matá-la é uma questão de sorte, mas infelizmente (para a Hidra) a probabilidade condicional nos diz outra coisa.

Se observarmos a chance do nosso herói derrotar a Hidra a cada novo golpe, esta probabilidade será 1/(número-total-de-cabeças), assim por exemplo, uma Hidra com 100 cabeças, a chance do herói acertar a cabeça verdadeira será de 1%.

Por outro lado (usando probabilidade condicional), vamos observar a chance da Hidra sobreviver a cada golpe.

Pois no caso de uma Hidra que comece com duas cabeças, ela somente chegará a ter 100 cabeças, se o herói acertar a cabeça errada 98 vezes.

Pois para a Hidra alcançar n+2 cabeças, o herói deve ter errado todos os primeiros n golpes.

Analisando então desde o primeiro dos erros do nosso herói, a chance desta Hidra sobreviver ao primeiro golpe e alcançar 3 cabeças é de 50%.

Contudo a chance desta Hidra sobreviver a dois golpes do herói, será a probabilidade dela sobreviver ao segundo golpe dado que ela sobreviveu ao primeiro golpe.

Ou seja (50%).(67%), que dá 33%.

Analogamente, a chance desta Hidra sobreviver a três golpes do herói, será a probabilidade dela sobreviver ao terceiro golpe dado que ela sobreviveu ao primeiro e ao segundo golpe.

Ou seja (50%).(67%).(75%), que dá 25%.

Sobreviver a quatro golpes: probabilidade de sobreviver ao quarto golpe dado que sobreviveu aos 3 primeiros golpes:

(50%).(67%).(75%).(80%), que dá 20%.

Seguiremos apenas com os resultados para os casos seguintes:

Sobreviver a cinco golpes: 16%.

Sobreviver a seis golpes: 14%.

Sobreviver a sete golpes: 12%.

Sobreviver a oito golpes: 11%.

Sobreviver a nove golpes: 10%.

Sobreviver a dez golpes: 9%.

…

Sobreviver a 98 golpes: 1%.

…

Sobreviver a 998 golpes: 0,1%.

Assim, a chance de uma Hidra nestas condições chegar a 100 cabeças (sobreviver a 98 golpes) é de aproximadamente 1%.

A chance desta mesma Hidra chegar a 1000 cabeças é de aproximadamente 0,1%.

Dessa forma, podemos perceber que à medida que o número de ataques aumenta, a chance da Hidra continuar viva diminui apesar do número de cabeças aumentar.

Apesar das chances da Hidra sobreviver sempre aumentarem (do ponto de vista dos ataques de herói), a probabilidade de atingir um número muito grande de cabeças vai se aproximando cada vez mais de 0%.

Ou seja, certamente (mais cedo ou mais tarde) o herói acertará um golpe na cabeça verdadeira e a luta terminará.

Você pode estar pensando que isto só funcionou pois a nossa Hidra era muito fraquinha, se fosse uma “Super-Hidra” as coisas poderiam ser diferentes. Vamos supor então que nosso herói esteja enfrentando uma “Super-Hidra” com N cabeças e a cada cabeça falsa destruída, surjam M cabeças. Sendo N e M números Naturais quaisquer.

Da mesma forma, sua chance de sobreviver aos primeiros n ataques de nosso herói será:

$(N-1/N).(N-2+M/N-1+M).(N-3+2M/N-2+2M).(N-4+3M/N-3+3M) \ldots (N-n+(n-1)M/N-(n-1)+(n-1).M)$.

Agora fica difícil perceber para um valor qualquer de M e N, que conforme o número de ataques (n) aumenta, a chance de sobreviver da “Super-Hidra” vai diminuir.

Mas observe que o denominador é sempre maior que o quociente, então para cada ataque do herói, a chance da “Super-Hidra” sobreviver é menor que 1.

Então quando multiplicamos todos esses números menores que 1, este produto estará sempre em redução, então a chance de a “Super-Hidra” sobreviver a cada novo ataque, sempre diminuirá, não importa o tamanho de M e N.

Por exemplo, com M = 100 e N = 100.

Após 10 ataques, a chance da “Super-Hidra” continuar viva é de 97%;

Após 100 ataques a chance da “Super-Hidra” continuar viva é de 95%.

Esta chance esta diminuindo lentamente, mas para um n suficientemente grande, a chance da “Super-Hidra” continuar viva será muito próximo de 0%.

2. Teorema da Existência de Infinitas Piadas Matemáticas Não-Engraçadas

blogs.unicamp.br/zero/370 (30/07/2019)

Existe uma “famosa piada matemática” conhecida por Teorema das Infinitas Piadas Matemáticas, que diz o seguinte:

Um teorema:

Liste todas as piadas de matemática em ordem de tamanho.

Suponha que haja uma maior piada de matemática, L.

Crie uma nova piada de matemática J adicionando a L aquela piada sobre o pirata que entra no bar com a roda do leme na virilha, o barman olha para ele e pergunta:

Hey, você sabe que está com uma roda do leme na virilha? E o pirata olha para ele e responde: Argh, isto me deixa louco! (Essa piada só tem sentido em inglês, pois a resposta do pirata é “this is driving me nuts”, que pode ser entendida de duas maneiras: “isto me deixa louco” ou “isto está me conduzindo pelas nozes”.)

J é agora maior que L, o que é uma contradição.

Portanto, o conjunto de piadas de matemática é infinito.

Agora chamaremos uma boa piada de matemática, M.

Se M é uma boa piada, então é engraçada.

Se uma piada é engraçada, todo mundo vai saber.

Se todo mundo sabe uma piada, a piada não será engraçada.

Se uma piada não é engraçada, então não é uma boa piada.

Portanto, se M é uma boa piada, M não é uma boa piada.

Por contradição, não há boas piadas de matemática.

Assim sendo: Há infinitas piadas de matemática e nenhuma delas é boa.

De fato esta é uma famosa piada de matemática, mas ainda assim não é muito engraçada.

Contudo o objetivo deste texto não é rir, e sim ficar razoavelmente alegre enquanto discutimos e corrigimos alguns erros neste teorema.

Primeiro vamos olhar para a ideia de que se existe uma maior piada de matemática chamada L, logo o total de piadas tem que ser finito, ou seja, N piadas formadas com até L caracteres.

Mas isto é falso, pois podemos inserir no final de uma piada com L caracteres, a piada do “Pirata que tem a roda do leme na virilha", logo existiria uma piada com mais do que L caracteres, ou seja, não existe uma maior piada matemática.

Assim, devem existir infinitas piadas matemáticas.

Apesar dessa afirmação ser verdadeira, podemos demonstrar isso de uma forma mais "simples".

Perceba que criar infinitas piadas de matemática não é tão complexo quanto da forma como aparece na famosa piada, de fato, não precisa de uma construção tão estranha quanto "a maior piada de matemática".

Para demonstrar, vou criar infinitas piadas de matemática a partir da estrutura dessa piada:

"O que o 2 disse ao mil? Você pode ser grande, mas não é 2!

Então, mantendo a estrutura desta piada à parte da palavra em negrito, podemos criar piadas para qualquer número Real maior que 2, por exemplo:

O que o 2 disse ao 1001? Você pode ser grande, mas não é 2!

O que o 2 disse ao 100? Você pode ser grande, mas não é 2!

O que o 2 disse ao 10? Você pode ser grande, mas não é 2!

O que o 2 disse ao $\sqrt{5}$? Você pode ser grande, mas não é 2!

O que o 2 disse ao π? Você pode ser grande, mas não é 2!

O que o 2 disse ao 2,1? Você pode ser grande, mas não é 2!

…

Assim, como o conjunto de números Reais maiores que 2 é infinito, existem infinitas piadas matemáticas deste tipo.

Esta construção pode ser usada para mostrar que não existe uma piada mais longa, pois podemos sempre aumentar o comprimento de uma piada ao aumentarmos a quantidade de caracteres que forma o número com quem o 2 conversa.

Outra contradição no teorema da piada é a definição de que se M é uma boa piada, então M é engraçado, e se M é engraçado, todo mundo sabe disso.

Mas se todo mundo sabe a piada, então não é engraçado, e se não é engraçado, então a piada não é boa.

O problema aqui é que o conjunto de boas piadas estará sempre vazio, já que qualquer boa piada será uma piada não boa, então não poderia haver boas piadas.

A intenção do teorema da piada era ser uma piada (talvez até engraçada) e uma prova engraçada de que existem infinitas piadas matemáticas, mas que nenhuma delas é boa, contudo não forma nela uma definição de boa piada.

Uma maneira de corrigir esta definição e não alterar o propósito do teorema é definir uma piada como sendo não engraçada se todos já a conhecerem.

Desse modo, uma condição para uma dada piada M não ser engraçada, é que todos conhecem M.

Assim chegamos ao resultado desejado. Tome a piada:

"O que o 2 disse ao $x \in \mathbb{R}$, $x>2$? Você pode ser grande, mas não é 2!"

Para qualquer $x>2$, esta será uma piada diferente, assim, existem infinitas não-enumeráveis (pois tem a cardinalidade de $\mathbb{R}$) piadas matemáticas deste tipo, mas que pela propriedade conhecida e válida para qualquer número Real maior que 2, conhecemos as infinitas variações que esta piada pode ter.

Logo, existem infinitas piadas matemáticas que não são engraçadas!

Com isto o Teorema que afirma existirem infinitas piadas matemáticas que não são engraçadas, está demonstrado.

3. Lado Negro do Xadrez

blogs.unicamp.br/zero/388 (11/08/2019)

Algumas vezes nós ouvimos falar que no xadrez, quem começa com as Peças Brancas possui uma vantagem… mas porque?

Não sou expert em xadrez, mas sei jogar o suficiente para tratar este assunto a partir do ponto de vista matemático.

Entretanto, vamos dar início a esta discussão com um jogo muito mais simples, mas que utiliza do mesmo argumento que faremos no caso do xadrez: o jogo da velha.

Imagino que a maioria dos adultos considere este um jogo bastante trivial.

Ao todo existem 9! jogadas, ou seja, 362.880 formas de completar os 9 quadrados.

Mas se ignorarmos as jogadas simétricas, rotações e reflexões, teremos apenas 138 modos de completar os 9 quadrados.

Sabemos entretanto que não existe jogada vencedora, desse modo não há um jeito de vencer se ambos os jogadores forem suficientemente inteligentes (a partida terminará sempre em um empate).

Mas se por acaso houvesse uma jogada inicial que levasse o 1º jogador a vencer em definitivo.

No caso, o 1º jogador poderia sempre tomá-la e utilizando desta mesma estratégia venceria todas as partidas.

E se houvesse uma jogada inicial que levasse o 2º jogador a vencer em definitivo?

No caso, o 1º jogador simplesmente não escolheria esta jogada inicial, pois ele sabe que isto o fará perder para o 2º jogador.

Preferindo assim escolher por um empate.

Raciocínio simples?

Agora vamos para o xadrez… nos lembremos que a complexidade analítica do xadrez é gigantesca, ainda que até hoje não exista nenhuma estratégia bem definida que garanta a vitória a um jogador, podemos garantir que existem apenas 20 possíveis jogadas iniciais para as Peças Brancas (16 movimentos com peões e 4 movimentos com cavalos).

Então, se ambos os jogadores conhecessem todas as possíveis jogadas do xadrez, quando um deles move a primeira peça, ambos saberiam imediatamente se o jogo terminará com a vitória para as Peças Brancas, para as Peças Pretas ou empatado.

Assim, dessas 20 jogadas iniciais, é suficiente que exista apenas uma que leve as Peças Brancas à vitória, porque as Peças Brancas começam.

Da mesma forma, se não houver nenhuma jogada inicial que leve as Peças Brancas à vitória, o jogador pode escolher uma jogada inicial que garanta o empate. No caso, as Peças Pretas somente vencerão se todas as 20 jogadas iniciais levarem à vitória das Peças Pretas.

Como disse anteriormente, a complexidade analítica do xadrez não pode ser tratada computacionalmente pelas estratégias e recursos atuais.

Desta forma, qualquer estratégia bem definida é desconhecida.

Mas isto significa que quando estratégias de xadrez bem definidas forem descobertas, se uma delas terminar em vitória para as Peças Brancas, o jogador das Peças Pretas estará condenado a perder sempre.

Mesmo que se descubra uma estratégia de xadrez bem definida que dê vitória às Peças Pretas, o jogador das Peças Brancas simplesmente pode começar com um dos outros 19 movimentos iniciais.

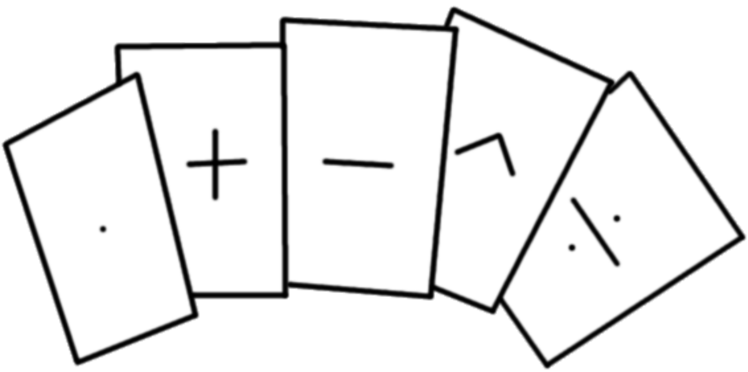
Desta forma, as Peças Pretas sofrem muito mais neste jogo, e continuarão a sofrer até que todas as 20 estratégias bem definidas do xadrez sejam descobertas, e que nenhuma delas determine uma vitória para as Peças Brancas ou empate.

Espero sinceramente que todas as estratégias bem definidas do xadrez resultem em vitória para as Peças Pretas, pois deste modo, mesmo que 19 destas estratégias já tenham sido descobertas, poderíamos jogar com o vigésimo início cujo resultado ainda não é conhecido.

4. Buracos Irracionais

blogs.unicamp.br/zero/443 (21/08/2019)

Vamos fazer um truque de mágica… escolha sua operação básica da matemática favorita (multiplicação, adição, subtração, potência e divisão).



Agora pegarei um X e um Y deste baralho de infinitos Números Irracionais e realizarei a operação que você escolheu de X com Y.

Voalá!

Eu estava mexendo no baralho de infinitos Números Irracionais, mas o resultado apareceu naquele outro baralho lá longe, o de infinitos Números Racionais.

Surpreendente, não acha?

Operar dois Números Irracionais e o resultado não ser um Número Irracional?

Este truque apenas funciona com o conjunto dos Números Irracionais porque ele não é fechado para nenhuma destas cinco operadores (multiplicação, adição, subtração, potência e divisão).

Vamos falar um pouco sobre o conceito de um conjunto numérico não ser fechado para algum operador… comecemos por algo mais simples, como os Números Naturais.

O conjunto dos Números Naturais é fechado para os operadores adição, multiplicação ou potência.

Isto significa que, escolhendo QUALQUER uma destas operações, para QUAISQUER dois Números Naturais que decida operá-los, o resultado sempre cairá nos Números Naturais.

Mas para as operações de subtração e divisão, este conjunto não é fechado… isto significa que embora existam Números Naturais cuja subtração de um pelo outro, ou a divisão de um pelo outro, caiam nos Números Naturais, EXISTEM Números Naturais que operados com a subtração ou com a divisão, caem fora dos Números Naturais.

Como por exemplo:

3-5=-2 (pertence aos Números Inteiros)

3/5=0,6 (pertence aos Números Racionais)

Agora se pensarmos no conjunto dos Números Inteiros, ele é fechado para os operadores adição, multiplicação e subtração… ou seja, escolhendo QUALQUER uma destas operações, para

QUAISQUER dois Números Inteiros que decida operá-los, o resultado sempre cairá nos Números Inteiros.

Mas para as operações de divisão e potência, este conjunto não é fechado (isso mesmo, os Números Naturais eram fechados para o operador de potencia, mas os Números Inteiros não são)… isto significa que embora existam Números Inteiros cuja divisão de um pelo outro, ou a potência de um pelo outro, caiam nos Números Inteiros, EXISTEM Números Inteiros que operados com a subtração ou com a divisão, caem fora dos Números Inteiros.

Como por exemplo:

½ =0,5 (pertence aos Números Racionais)

2(-1)=0,5 (pertence aos Números Racionais)

Agora se pensarmos no conjunto dos Números Racionais, ele é fechado para os operadores adição, multiplicação, subtração e divisão… ou seja, escolhendo QUALQUER uma destas operações, para QUAISQUER dois Números Racionais (exceto o 0 no Quociente da divisão, para a qual a divisão é indefinida) que decida operá-los, o resultado sempre cairá nos Números Racionais.

Mas para as operações de potência, este conjunto não é fechado… isto significa que embora existam Números Racionais cuja potência de um pelo outro caiam nos Números Racionais, EXISTEM Números

Racionais que operados com a potência, caem fora dos Números Racionais.

Como por exemplo:

$2^{(1/2)} = \sqrt{2}$ (pertence aos Números Irracionais)

Agora se pensarmos no conjunto dos Números Irracionais, ele não é fechado para nenhum dos operadores adição, multiplicação, subtração, divisão ou potência… isto significa que embora existam Números Irracionais cujos resultados de um pelo outro nestas operações caiam nos Números Irracionais, EXISTEM Números Irracionais cujos resultados de um pelo outro nestas operações caem fora dos Números Irracionais.

É neste ponto que permeia nosso truque apresentado no início do capítulo, para qualquer operador escolhido, tomamos um X e um Y dentro dos Números Irracionais que nesta operação, o resultado dá um Número Racional.

Como por exemplo:

$\sqrt{2} – \sqrt{2} = 0$

$-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$

$\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2$

$\sqrt{2}/\sqrt{2} = 1$

Para mostrar que os Números Irracionais não são fechados para a potência, precisamos de uma pequena demonstração:

Se $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ pertence aos Números Racionais, então ok, temos nosso resultado dentro dos Números Racionais.

Senão, $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ deve ser um Número Irracional, neste caso $(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$.

5. A Sorte do Homem que Calculava

blogs.unicamp.br/zero/478 (27/08/2019)

Organizando os problemas do livro O Homem que Calculava, transcrevia por inteiro os trechos em que resolve dilemas matemáticos dentro do contexto da própria história em que está envolvido, quando me deparei com um detalhe.

Dentre todos os problemas e suas soluções apresentadas, a certeza na resolução sempre esteve presente, logo o sucesso se via como inevitável.

Contudo, no último dos problemas notei algo estranho, e mentalmente determinei uma situação que servia de contraexemplo para sua certeza.

Assim, me espantei ao descobrir que dentre todos os difíceis desafios que Beremiz enfrentou, no último e mais valioso (pois tinha em jogo a sua amada), ele acertou, porém não por certeza, mas por sorte.

A princípio, vamos recordar o problema em que Beremiz (protagonista do livro O Homem que Calculava) precisa descobrir a cor dos olhos das serviçais.

Ele tinha por conhecimento que das 5 serviçais com véus que se colocaram à sua frente, duas tinham olhos pretos e três tinham olhos azuis.

As de olhos pretos sempre falavam a verdade, as de olhos azuis sempre mentiam.

Beremiz teria o direito a fazer três perguntas para elas e precisaria com isso descobrir a cor dos olhos de todas as 5.

1ª pergunta) Beremiz perguntou para a primeira serviçal qual a cor dos seus olhos. Ela respondeu em um idioma desconhecido para o protagonista. As serviçais foram advertidas pelo Sultão que respondessem de agora em diante no idioma comum, mas que para Beremiz ele já havia utilizado sua 1a pergunta e recebido sua respectiva resposta.

2ª pergunta) Beremiz pergunta para a segunda serviçal o que a primeira serviçal (a quem ele perguntou anteriormente) disse. A segunda serviçal respondeu: A primeira serviçal disse “Meus olhos são azuis”.

3ª pergunta) Beremiz pergunta para a terceira serviçal qual a cor dos olhos das duas serviçais que ele já tinha feito perguntas. A serviçal responde que a primeira tem os olhos pretos e a segunda tem olhos azuis.

Beremiz então afirma já saber a resposta para a cor dos olhos de todas as 5, e explica seu raciocínio.

Quando perguntou a cor dos olhos para a primeira, sabia sua resposta independente do idioma em que fosse dito, pois:

A) Se ela tivesse olhos azuis: mentiria dizendo que tem olhos pretos;

B) Se ela tivesse olhos pretos: diria a verdade, ou seja, que tem olhos pretos.

Quando perguntou para a segunda serviçal qual a resposta da primeira, isto lhe deu uma informação consistente sobre a segunda serviçal ter olhos azuis ou pretos.

A) Se ela responde que a primeira serviçal disse ter olhos azuis: então ela estaria mentindo, logo ela mesma tem olhos azuis.

B) Se ela responde que a primeira serviçal disse ter olhos pretos: então ela estaria falando a verdade, logo ela mesma tem olhos pretos.

Com esta informação certa sobre a segunda serviçal, o protagonista questionou a terceira.

Da qual sabendo a cor dos olhos da segunda serviçal, poderia deduzir se a terceira mentiria ou falaria a verdade.

A) Se ela disser que a segunda serviçal tem olhos pretos, então ela mente, logo tem olhos azuis. E a resposta que der sobre a primeira serviçal também será mentira.

B) Se ela disser que a segunda serviçal tem olhos azuis, então ela diz a verdade, logo tem olhos pretos. E a resposta que der sobre a primeira serviçal também será verdade.

Desse modo, o protagonista deduz que tanto a primeira quanto a terceira tem olhos pretos, e por isso a segunda, quarta e quinta devem ter olhos azuis.

Mas apesar do protagonista ter descoberto a solução com as suas três perguntas, isto não era uma “certeza matemática” como todo o restante do livro aborda e como o mesmo ressalta sempre que resolve todos os outros desafios.

Para mostrar que acertar o problema com estas exatas 3 perguntas realizadas é uma questão de sorte (e não uma pequena sorte, mas uma considerável sorte), precisarei de alguns artifícios da análise combinatória.

Sendo 5 serviçais, temos 5! ou seja, 120 maneiras delas se distribuírem da esquerda para a direita.

Porém, dado que para este problema, só estamos considerando suas diferenças a partir da cor dos olhos, temos então 3 de olhos azuis e 2 de olhos pretos, sendo indiferente a permuta entre posições de duas serviçais com as mesmas cores dos olhos.

Dessa forma, temos 5!/(3!.2!) = 120/12 = 10 combinações.

1ª combinação	Pretos	Pretos	Azuis	Azuis	Azuis
2ª combinação	Pretos	Azuis	Pretos	Azuis	Azuis
3ª combinação	Pretos	Azuis	Azuis	Pretos	Azuis
4ª combinação	Pretos	Azuis	Azuis	Azuis	Pretos
5ª combinação	Azuis	Pretos	Azuis	Azuis	Pretos
6ª combinação	Azuis	Azuis	Pretos	Azuis	Pretos
7ª combinação	Azuis	Azuis	Azuis	Pretos	Pretos
8ª combinação	Azuis	Azuis	Pretos	Pretos	Azuis
9ª combinação	Azuis	Pretos	Pretos	Azuis	Azuis
10ª combinação	Azuis	Pretos	Azuis	Pretos	Azuis

Dessa forma, no caso do livro, Beremiz se encontrava na 2ª combinação apresentada, sendo a disposição da tabela (esquerda para direita) a mesma que a das serviçais.

Podemos nos impressionar, pois estas mesmas perguntas resolveria o problema se utilizadas para a 1ª combinação por exemplo:

1ª resposta → meus olhos são pretos (dita em outro idioma);

2ª resposta → ela disse “meus olhos são pretos” (logo a 2ª serviçal fala a verdade);

3ª resposta → os olhos da 1ª e da 2ª são azuis (logo a 3ª serviçal mente e a 1ª fala a verdade).

Com isso, sabemos quais são as duas que falam a verdade e uma que mente, e as duas restantes por exclusão, mentem.

Porém, para as combinações 3, 4, 5, 6, 8 e 10.

Estas perguntas não bastariam.

Pois sabemos apenas que uma das serviçais fala a verdade e as outras duas mentem.

Restando uma incógnita sobre as duas outras, uma das restantes tem olhos pretos e a outra tem olhos azuis.

Assim, das 10 combinações possíveis de serviçais, temos que utilizando as 3 perguntas do livro, em 4 delas, ele acertaria com 100% de certeza.

Enquanto que em 6 delas, ele teria 50% de dúvida sobre o veredicto correto.

Dessa forma, a chance dele acertar com absoluta certeza usando suas 3 perguntas escolhidas era de apenas 40%.

Para corrigir isto, e mudar de 40% para 100%, bastaria uma adaptação na terceira pergunta. Se em vez de perguntar “qual a cor dos olhos das duas serviçais que ele havia interrogado”, ele poderia perguntar “qual a cor dos olhos das duas serviçais que ele havia interrogado e da serviçal à sua direita?”.

Assim, ele teria a informação que falta, dado que saberia pela resposta sobre os olhos da 2ª serviçal, se a 3ª serviçal mente ou fala a verdade, e em ambos os casos, poderia ter a solução do problema com 100% de certeza.

6. Produto Vetorial explica o Poder de Luta em Dragon Ball

blogs.unicamp.br/zero/500 (01/09/2019)

No manga Dragon Ball, em diversas ocasiões os personagens discutem a respeito do Poder de Luta.

Este é um conceito aparentemente pouco claro, porém diz muito sobre as chances de um lado vencer o outro no combate, dado que tenha um Poder de Luta muito maior.

Neste capítulo discutiremos sobre como é possível explicar o conceito Poder de Luta utilizando a ideia matemática de Produto Vetorial.

Primeiro, o Produto Vetorial pode ser descrito de "forma simples" como uma operação entre N vetores linearmente independentes em um espaço de N+1 dimensões.

Seu resultado é também um vetor, porém ortogonal a todos os outros N vetores. Por exemplo, imagine o espaço tridimensional dado por i, j, k.

Nele, a combinação linear dos vetores X = {1, 0, 0} e Y = {0, 1, 0} (que são linearmente independentes) forma um plano neste espaço.

No caso, X e Y são os vetores canônicos deste plano, podemos calcular o Produto Vetorial de X e Y construindo a seguinte matriz e obtendo seu determinante (Det.).

i	j	k
1	0	0
0	1	0

Det. = i.0 + j.0 + k.1 - k.0 - j.0 - i.0 = k.1 = {0, 0, 1} = Z

Notamos que o produto vetorial de X e Y é Z = {0, 0, 1}, um vetor canônico deste espaço e linearmente independente de X e Y.

A combinação linear de X, Y, Z forma o espaço tridimensional.

Outro exemplo de Produto Vetorial pode ser dado pelos vetores X = {1, -1, 3} e Y = {5, 0, 4}, no caso, eles não são vetores canônicos, porém são linearmente independentes (ou seja, não dá para formar um através da multiplicação do outro vetor por um número Real).

Isto significa que a combinação linear de ambos forma um plano no espaço tridimensional.

No caso, o produto vetorial destes dois vetores pode ser descrito com o cálculo do determinante (Det.):

i	j	k
1	-1	3
5	0	4

Det. = i.(-1).4 + j.3.5 + k.1.0 – k.(-1).5 – j.1.4 – i.3.0 =

= -4.i + 15.j + 0.k + 5.k – 4.j – 0.i = -4.i + 11.j + 5.k =

{-4, 11, 5} = Z

Apesar de não ser tão simples de notar quanto no exemplo anterior, este Produto Vetorial gerou um vetor Z que é linearmente independente de X e Y (ou seja, não é possível obtermos Z a partir da combinação linear de X e Y).

Com isto, apesar dos três não serem vetores canônicos, sua combinação linear também forma o espaço tridimensional.

Voltando ao tema Dragon Ball e Poder de Luta. Ao acompanharmos as batalhas no mangá, vemos em páginas especiais, informações sobre o Poder de Luta dos personagens.

Porém diferente de um “Nível de força” ou “Nível de velocidade” ou “Nível de habilidades psíquicas”, o Poder de Luta trata de um valor com múltiplos fatores envolvidos, ou seja, a ação de lutar.

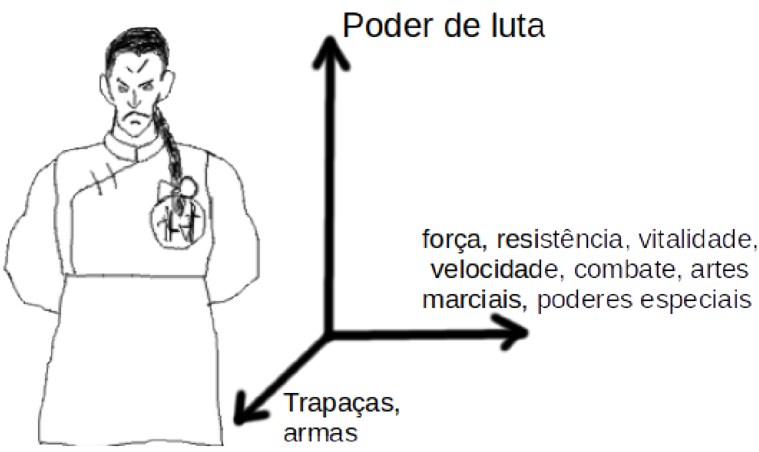
Com isto, quero dizer que em uma luta as habilidades não se comparam em iguais medidas, como Força vs Força ou Velocidade vs Velocidade.

Mas como uma miscelânea delas contra outra miscelânea delas.

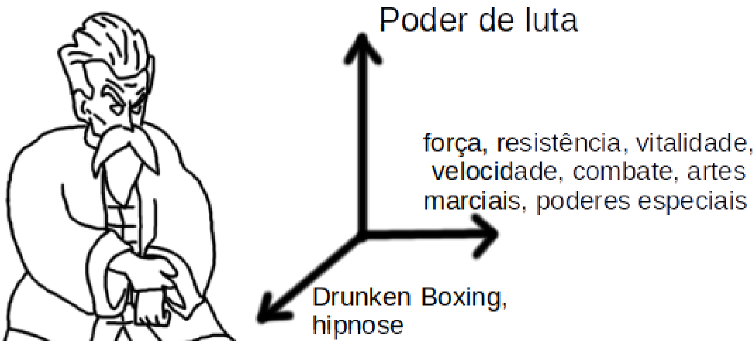
Nos três próximos exemplos, os personagens compartilham de grande força física, resistência, vitalidade, velocidade, habilidade de combate, conhecimento sobre artes marciais, tem alguns poderes especiais (soltar raios de energia), desse modo, as representamos por um vetor apontando à direita.

Contudo se diferenciam pelas seguintes habilidades:

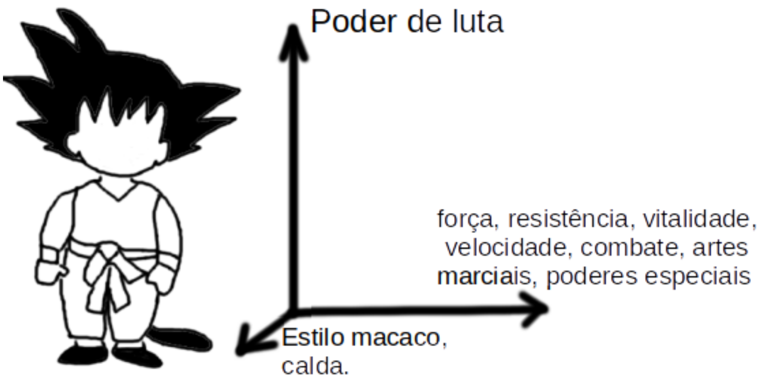
Exemplo 1 – Tao Pai Pai é um personagem que não hesita em trapacear na luta para obter vantagem, atacando o oponente desprevenido ou usando espadas e granadas.



Exemplo 2 – Mestre Kame é um personagem com um estilo de luta bem desenvolvido no Drunken Boxing e é capaz de hipnotizar o oponente para fazê-lo dormir no combate.



Exemplo 3 – Son Goku é o protagonista, consegue usar a cauda no combate (fator genético) e tem um estilo de luta baseado nos movimentos de um macaco.



Assim, o Poder de Luta deve ser compreendido como uma relação destes múltiplos fatores, cujo resultado é uma medida comparativa entre as chances de vitória e derrota de dois personagens em combate.

Somando este conceito com informações disponíveis ao longo da série, sabemos que um ser humano comum adulto possui Poder de Luta igual a 5.

Dessa forma, podemos descrever o Poder de Luta de uma pessoa comum no espaço de N+1 dimensões, definido pelo produto vetorial de N vetores, de modo que este resultado gerará um vetor de N+1 coordenadas na forma $\{a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, a_{n+1}\}$ linearmente independente dos outros N vetores e com valor em módulo igual a 5, representando assim seu Poder de Luta.

No caso, como dispomos de uma quantidade arbitrária de vetores, não há a necessidade de sermos econômicos neste assunto, evitando vetores sobrecarregados de informações como aquele usado nos exemplos anteriores (força, resistência, vitalidade, velocidade, combate, artes marciais, poderes especiais).

Desse modo, podemos particionar qualquer vetor de habilidade em quantos vetores canônicos forem necessários.

Isto nos permite descrever os personagens a partir de N vetores canônicos, linearmente independentes, cada um multiplicado por um coeficiente real maior que 0.

Este procedimento facilita assim o cálculo do determinante e de seu módulo, que será dado pelo produto do coeficiente não nulo de cada vetor.

Para exemplificar, suponha que este espaço de N+1 dimensões, seja de dimensão 3, e que os N vetores (ou seja 2 vetores) sejam respectivamente força física e velocidade.

Força física (f)	Velocidade (v)	Poder de luta (p)
√5	0	0
0	√5	0

Assim um ser humano comum poderia ter como vetor força física = {√5, 0, 0} e vetor velocidade = {0, √5, 0}.

Det. = f.0.0 + v.0.0 + p.√5.√5 – p.0.0 – v.√5.0 – f.√5.0

= 0.f + 0.v + 5.p – 0.p – 0.v – 0.f = {0, 0, 5}.

Baseado nestas mesmas dimensões, sabemos que o Poder de Luta de Goku no 21 Tenkaichi Budokai (torneio de artes marciais) era de 86.

Assim, uma possibilidade de formar este poder baseado no Produto Vetorial assumindo que nesta ocasião Goku fosse tão rápido quanto é forte fisicamente, seria definindo o vetor força física de

Goku como {√86, 0, 0} e o vetor velocidade de Goku como {0, √86, 0}.

Força física (f)	Velocidade (v)	Poder de luta (p)
√86	0	0
0	*√86*	0

Det. = f.0 + v.0 + p.√86.√86 – p.0 – v.0 – f.0 =

{0, 0, 86}.

O mesmo procedimento pode ser realizado considerando que na ocasião Goku tivesse mais força física do que velocidade, definindo o vetor força física de Goku como {√172, 0, 0} e o vetor velocidade de Goku como {0, √43, 0}.

Força física (f)	Velocidade (v)	Poder de luta (p)
√172	0	0
0	*√43*	0

Det. = f.0 + v.0 + p.√172.√43 – p.0 – v.0 – f.0 =

{0, 0, 86}.

Assim, para N+1 vetores, um ser humano comum adulto poderia ser descrito como.

Vetor-1	Vetor-2	…	Vetor-N	Poder-de-luta (p)
$\sqrt[N]{5}$	0	…	0	0
…	…	…	…	…
0	0	…	$\sqrt[N]{5}$	0

Det. = p.(N√5).(N√5)…(N√5) = {0, …, 5}.

Fragmentar os vetores de habilidades na forma de vetores canônicos multiplicados por um coeficiente real decorre também da necessidade de descrever apropriadamente como cada habilidade influencia no Poder de Luta do personagem.

Por exemplo, Goku no primeiro combate definitivo contra Piccolo Daimaku, usa desde chutes, socos, cauda e até mesmo cabeçadas.

Temos cada uma dessas partes do seu corpo com uma força física distinta (sua cauda não é tão forte quanto sua cabeçada, que não é tão forte quanto seus chutes que não é tão forte quanto seus socos).

Com isto, podemos representar força física a partir de 4 vetores Vetor-1 Braços; Vetor-2 Pernas, Vetor-3 Cabeça e Vetor-4 cauda.

Caso o personagem não possua o respectivo membro (como por exemplo Piccolo, Tao Pai Pai, Mestre Kame não possuem cauda), o mesmo pode aparecer representado no vetor de força como a $\sqrt[N]{5}$.

Dado que o ser humano adulto comum tem Poder de Luta 5, seu valor em $\sqrt[N]{5}$ não afetaria o cálculo do Poder de Luta, seria equivalente ao elemento neutro.

De forma análoga, se temos um valor maior que 0 e menor que $\sqrt[N]{5}$, significa então que o vetor está agindo para prejudicar o combate.

Por exemplo, no caso da força das pernas, no final da saga de Piccolo Daimaku, Goku estava com ambas as pernas quebradas, assim elas contribuíram com um Poder de Luta maior que 0 e menor do que $\sqrt[N]{5}$.

Pois nestas condições, atuam prejudicando o Poder de Luta total do personagem.

De modo geral, o Poder de Luta para N vetores de N+1 coordenadas pode ser dado pela seguinte matriz.

Que considera N habilidades a serem e permite o cálculo do vetor Poder de Luta como (Valor-1,1).(Valor-2,2)…(Valor-N,N).

Vetor-1	Vetor-2	…	Vetor-N	Poder de luta (p)
Valor-1,1	0	…	0	0
…	…	…	…	…
0	0	…	Valor-N,N	0

Det. = p.(Valor-1,1).(Valor-2,2)…(Valor-N,N).

Resumindo os principais apontamentos deste capítulo a serem considerados no processo de atribuir valores aos vetores de cada personagem considerando seu Poder de Luta.

$0 < \text{Valor-i,i} < \sqrt[N]{5}$

Prejudica o Poder de Luta – caso alguma das habilidades o prejudique no ato de lutar.

Por exemplo, a habilidade de enganar presente em Tao Pai Pai, poderia ser considerada no Goku como entre 0 e $\sqrt[N]{5}$, dado que sua ingenuidade o torna mais vulnerável a estes truques.

Valor-i,i = $\sqrt[N]{5}$

Não afeta o Poder de Luta – caso alguma das habilidades não faça parte do personagem, ela não beneficia e nem atrapalha.

Por exemplo, Mestre Kame não tem uma cauda, isto não o afeta na luta nem de forma positiva nem negativa.

Valor-i,i > $\sqrt[N]{5}$

Aumenta o Poder de Luta – caso alguma das habilidades favoreça o personagem na luta, como o fato do Goku ter um bastão mágico.

7. Problema de Pizza

blogs.unicamp.br/zero/543 (19/09/2019)

Pedir uma pizza seria uma tarefa trivial se não fosse a opção de escolher dois sabores.

Neste texto vamos explicar como esta liberdade dada ao cliente transforma a “simples” ação de pedir uma pizza em um grave problema de otimização.

Primeiro vamos definir esta opção de sabor da seguinte maneira: para cada pizza podemos escolher até dois sabores {x; y} de modo que o valor total da pizza será Max {preço(x); preço(y)}.

Para simplificar a comunicação, trabalharemos com o dinheiro imaginário “zero-coin” ou apenas Z$.

Assim, surge o desafio ao cliente de encontrar sabores {x; y} tal que minimize a função |preço(x) – preço(y)|/2 (pois a metade mais cara da pizza foi devidamente paga pelo seu valor correto).

Por exemplo, tomemos a seguinte lista de pizzas:

1) calabresa, mussarela, cebola, alho frito / 20Z$

2) calabresa, mussarela, cebola, alho frito, cheddar, bacon / 25Z$

3) atum, mussarela, cebola, alho frito, cheddar / 25Z$

4) frango, mussarela, cebola, alho frito, cheddar / 24Z$

5) frango, mussarela, cebola, alho frito, cheddar, bacon / 26Z$

6) atum, mussarela, cebola, alho frito / 22Z$

7) brócolis, mussarela, cebola, alho frito, cheddar / 26Z$

8) calabresa, mussarela, cebola, alho frito, cheddar / 23Z$

9) atum, mussarela, cebola, alho frito, cheddar, bacon / 27Z$

10) brócolis, mussarela, cebola, alho frito / 23Z$

11) brócolis, mussarela, cebola, alho frito, cheddar, bacon / 28Z$

12) frango, mussarela, cebola, alho frito / 21Z$

Podemos simplificar este cardápio organizando-o a partir de fatores comuns, como por exemplo todas as pizzas vêm com mussarela, cebola e alho frito, podemos omitir esta informação na análise. Vamos distribuí-las em dois subgrupos, como ingrediente principal e preço.

Para facilitar nossa análise, vamos considerar que o acréscimo de ingrediente sempre deixa a pizza melhor.

Assim, uma pizza de calabresa+cheddar+bacon será melhor que uma pizza de calabresa+cheddar, que será melhor do que uma pizza de calabresa.

Distribuição por sabor:

1) calabresa / 20Z$

8) calabresa, cheddar / 23Z$

2) calabresa, cheddar, bacon / 25Z$

12) frango / 21Z$

4) frango, cheddar / 24Z$

5) frango, cheddar, bacon / 26Z$

6) atum / 22Z$

3) atum, cheddar / 25Z$

9) atum, cheddar, bacon / 27Z$

10) brócolis / 23Z$

7) brócolis, cheddar / 26Z$

11) brócolis, cheddar, bacon / 28Z$

Distribuição por preço:

1) calabresa / 20Z$

12) frango / 21Z$

6) atum / 22Z$

10) brócolis / 23Z$

8) calabresa, cheddar / 23Z$

4) frango, cheddar / 24Z$

2) calabresa, cheddar, bacon / 25Z$

3) atum, cheddar / 25Z$

5) frango, cheddar, bacon / 26Z$

7) brócolis, cheddar / 26Z$

9) atum, cheddar, bacon / 27Z$

11) brócolis, cheddar, bacon / 28Z$

Assim, a partir do critério de qualidade, se pediremos por exemplo metade da pizza do sabor 5 (frango, cheddar, bacon) e queremos a outra metade com ingrediente base de calabresa, temos as seguintes situações:

Max {preço(sabor5); preço(sabor1)} =

= Max {26Z$; 20Z$} = 26Z$.

Max {preço(sabor5); preço(sabor8)} =

= Max {26Z$; 23Z$} = 26Z$.

Max {preço(sabor5); preço(sabor2)} =

= Max {26Z$; 25Z$} = 26Z$.

Analisando a função |preço(x) – preço(y)| a ser minimizada para cada caso, temos:

|preço(sabor5) – preço(sabor1)|/2 = 3Z$.

|preço(sabor5) – preço(sabor8)|/2 = 1,5Z$.

|preço(sabor5) – preço(sabor2)|/2 = 0,5Z$.

Logo, o sabor2 minimiza o custo neste caso.

Por outro lado, se apenas o sabor5 estivesse definido, ou seja, a outra metade da pizza não tivesse restrição sobre sabor, teríamos uma solução melhor ao escolher o sabor7.

Max {preço(sabor5); preço(sabor7)} =

= Max {26Z$; 26Z$} = 26Z$.

|preço(sabor5) – preço(sabor7)| = 0Z$.

Agora no caso de duas pizzas serem pedidas, temos a possibilidade de escolher até 4 sabores.

Seu custo será dado pela expressão:

[Max {preço(x); preço(y)} + Max {preço(w); preço(z)}].

Assim, surge o desafio ao cliente de encontrar sabores {x; y; w; z} e rearranjá-los de forma que minimize a função [|preço(x) – preço(y)| + |preço(w) – preço(z)|]/2.

Neste caso, temos além do problema de escolher, o problema de rearranjar.

Pois 4 sabores (chamados de 1, 2, 3 e 4) poderiam ser arranjados de 3 formas:

{1; 2} & {3; 4} // {1; 3} & {2; 4} // {1; 4} & {2; 3}

Considerando o mesmo cardápio usado no caso de apenas uma pizza, suponhamos que os clientes desejem respectivamente um sabor principal de cada tipo (calabresa, frango, atum e brócolis), e não façam questão de adicionais (mas se possível, desejam).

Temos então sabor1 (calabresa / 20Z$), sabor12 (frango / 21Z$), sabor6 (atum / 22Z$) e sabor10 (brócolis / 23Z$).

{sabor1; sabor12} & {sabor6; sabor10} = total a pagar 44Z$

{sabor1; sabor6} & {sabor12; sabor10} = total a pagar 45Z$

{sabor1; sabor10} & {sabor6; sabor12} = total a pagar 45Z$

Agora calculando as diferenças de cada opção, temos:

[|preço(sabor1)–preço(sabor12)|

+|preço(sabor6)–preço(sabor10)|]/2 = 1Z$.

[|preço(sabor1)–preço(sabor6)|

+|preço(sabor12)–preço(sabor10)|]/2 = 2Z$.

[|preço(sabor1)–preço(sabor10)|

+|preço(sabor6)–preço(sabor12)|]/2 = 2Z$.

A primeira opção pode parecer a mais interessante, porém a terceira opção nos permite melhorar a pizza de calabresa, pedindo em seu lugar o sabor8 (calabresa, cheddar).

{sabor8; sabor10} & {sabor6; sabor12} = total a pagar 45Z$

[|preço(sabor8)–preço(sabor10)|

+|preço(sabor6)–preço(sabor12)|]/2 = 0,5Z$.

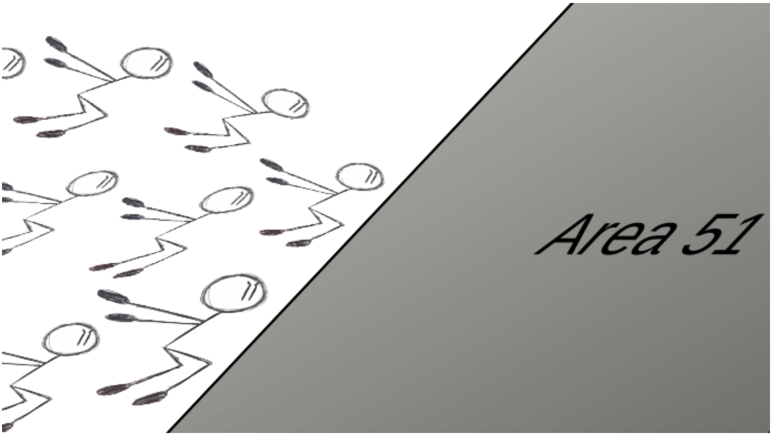
Assim, se pensarmos em qual opção gastamos menos, na primeira opção gastamos 44Z$, contudo o desperdício (valor a mais pago pela pizza) é de 1Z$.

Enquanto que na quarta opção gastamos 45Z$, mas o desperdício neste caso é de 0,5Z$.

8. Invasão da Área 51

blogs.unicamp.br/zero/566 (27/09/2019)

Estava marcado para o dia 20 de setembro de 2019 a Invasão da Área 51 correndo ao estilo Naruto, com mais de 2 milhões de confirmados.



Este incidente gerou preocupação das autoridades e expectativa sobre o que poderia ocorrer se as pessoas confirmadas realmente tentassem isto.

Neste texto discutiremos sobre como o uso do logaritmo poderia ter viabilizado a Invasão da Área 51.

Para nos situarmos neste texto, precisamos primeiro ter em mente de que:

1) A Área 51 é uma base militar (secreta) dos EUA associada muitas vezes a ocultar da humanidade diversos segredos, como a descoberta de vida

extraterrestre inteligente. Sua entrada até a chegada na base de operações é de cerca de 50 km.

2) O estilo de corrida Naruto (um anime com o tema principal ninjas) se baseia na forma que os personagens neste universo correm, mantendo os braços retos e esticados para trás enquanto o corpo fica inclinado à frente.

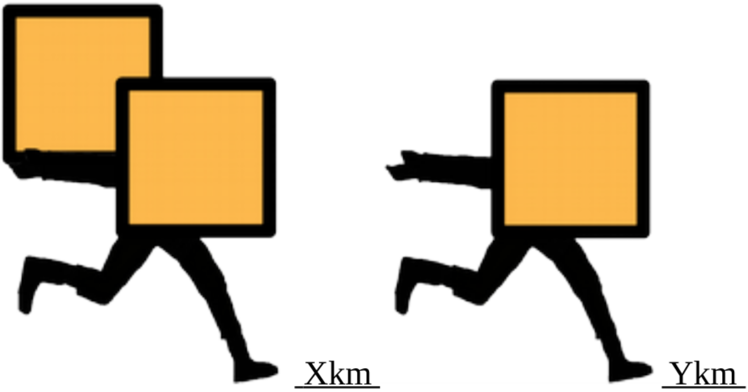
Assim chamaremos de Y a distância máxima que uma das P pessoas do grupo de invasão consegue correr de forma contínua.

Chamaremos de X a menor das distâncias máximas que as outras P-1 pessoas (retiramos do conjunto a pessoa que corre Y) conseguem correr carregando outra pessoa nas costas.

Desse modo, ignorando a resistência e o atrito com as autoridades militares, seria possível que o grupo de invasão percorra os 50km correndo ao estilo Naruto e concluam assim a Invasão da Área 51?

Caso 1: $Y \geq 50km$. Nesse caso, pelo menos uma pessoa do grupo consegue sozinha correr até a base da Área 51.

Caso 2: $Y < 50km$. Nesse caso, ninguém no grupo consegue correr os 50 km sem interrupções. Mas a invasão neste caso ainda é possível, pois podemos reduzir a distância a ser percorrida por Y carregando uns aos outros nas costas.



Duas pessoas percorreram (X+Y)km.

No caso, o sujeito que corre Ykm (à direita) seria carregado pelos primeiros Xkm (à esquerda).

Nessa situação chamamos de P o total de pessoas e cada parcela da corrida de um rush.

Para que uma pessoa invada a Área 51, precisaremos de n-1 rushs carregando-a nas costas.

1º rush: P/2 pessoas correm X km carregando outras P/2 pessoas;

2º rush: Quando atingirem os X km, as P/2 pessoas que estavam correndo até agora param de correr, e as P/4 das pessoas carregadas passam a carregar as outras P/4 pessoas que estavam sendo carregadas;

3º rush: Quando atingirem os X km, as P/4 pessoas que estavam correndo até agora param de correr, e as P/8 das pessoas carregadas passam a carregar as outras P/8 pessoas que estavam sendo carregadas;

n-1º rush: Quando atingirem os X km, a pessoa que estava correndo até agora para de correr, e a pessoa que estava sendo carregada passa a correr sem carregar ninguém.

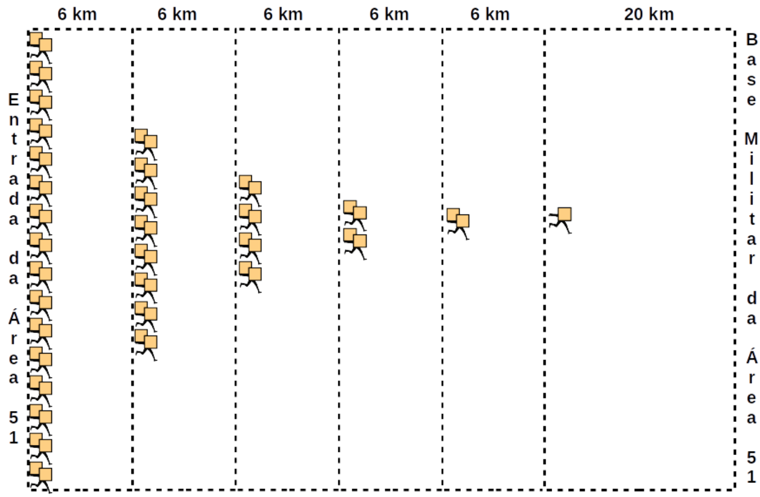
Desse modo, ao todo seriam percorridos [(n-1).X+Y]km.

Para sabermos o total de rushs desta corrida, precisamos calcular o logaritmo na base 2 do total de pessoas que participam da corrida.

Como temos um rush a mais, referente ao sujeito que corre sem carregar ninguém, a expressão que buscamos será:

$n \in \mathbb{N}, \log_2(P) < n \leq 1+\log_2(P)$

Exemplo 1: reuniram-se para a invasão 32 pessoas. Aquele com maior resistência consegue correr 20 km sem interrupções (Y=20), enquanto os outros 31 conseguem correr 6 km carregando outra pessoa nas costas (X=6). Desse modo teremos log2(32) rushs < n ≤ 1+log2(32) rushs = 6 rushs.



Progressão da corrida iniciando com 32 pessoas, X = 6 e Y=20.

1º rush: 16 pessoas percorrem de 0 a 6 km carregando 16 pessoas;

2º rush: 8 pessoas percorrem de 6 a 12 km carregando 8 pessoas;

3º rush: 4 pessoas percorrem de 12 a 18 km carregando 4 pessoas;

4º rush: 2 pessoas percorrem de 18 a 24 km carregando 2 pessoas;

5º rush: 1 pessoa percorrem de 24 a 30 km carregando 1 pessoa;

Rush final: 1 pessoa percorre 20 km.

Exemplo 2: reuniram-se para a invasão 1.024 pessoas, ($\log_2(1024)$ rushs $< n \leq 1+\log_2(1024)$ rushs = 11 rushs) apesar de aumentarmos apenas 5 rushs, sua representação em uma folha como no exemplo anterior, se tornaria de difícil visualização:

1º rush: 512 pessoas percorrem de 0 a X km carregando 512 pessoas;

2º rush: 256 pessoas percorrem de X a 2X km carregando 256 pessoas;

3º rush: 128 pessoas percorrem de 2X a 3X km carregando 128 pessoas;

4º rush: 64 pessoas percorrem de 3X a 4X km carregando 64 pessoas;

5º rush: 32 pessoas percorrem de 4X a 5X km carregando 32 pessoas;

6º rush: 16 pessoas percorrem de 5X a 6X km carregando 16 pessoas;

7º rush: 8 pessoas percorrem de 6X a 7X km carregando 8 pessoas;

8º rush: 4 pessoas percorrem de 7X a 8X km carregando 4 pessoas;

9º rush: 2 pessoas percorrem de 8X a 9X km carregando 2 pessoas;

10º rush: 1 pessoa percorre de 9X a 10X km carregando 1 pessoa;

Rush final: 1 pessoa percorre 50 km – 10X km.

Então, se $50 - N.X - Y \leq 0$, a Invasão da Área 51 será um sucesso.

Podemos descrever cada uma destas 3 variáveis (N; X; Y) em função das outras duas.

1.	***2.***	***3.***
$X \geq (50-Y)/N$	$N \geq (50-Y)/X$	$Y \geq 50 - N.X$

Por exemplo, sabendo que para a Invasão da Área 51 foram confirmados mais de 2 milhões de participantes (sendo pessimistas, digamos que temos exatamente 2.000.001), $\log_2(2.000.001)$ rushs < n ≤ $1+\log_2(2.000.001)$ rushs, ou seja, $20,9 < n < 21,9$ (repare como a quantidade de pessoas aumenta em relação aos rushs, primeiro exemplo tínhamos 32 pessoas e 6 rushs, no segundo exemplo 1024 pessoas e 11 rushs, aqui temos mais de 2 milhões de pessoas e 21 rushs).

Supondo que destas, Y (distância máxima percorrida por alguém do grupo) seja 10 km.

Temos a inequação 1.

$X \geq (50-10)/20$

$X \geq 40/20$

$X \geq 2$.

Ou seja, se X for maior ou igual a 2 km, a Invasão será um sucesso.

Isso significa que cada pessoa precisará correr carregando seu companheiro nas costas por 2 km.

Contudo, para as inequações:

4. $X < (50-Y)/N$

5. $N < (50-Y)/X$

6. $Y < 50 – N.X$

Não podemos garantir tão facilmente que a Invasão falharia, pois ainda seria possível rearranjar os rush com valores distintos de X_1, X_2, …, X_N (distância que alguém consegue correr carregando outro nas costas) de modo a maximizar o total.

Assim, a invasão falhará somente se:

$MAX \{50 – N.(X_1 + X_2 + … + X_N) – Y\} > 0$.

9. Matemática vs Cadeados de Segredo

blogs.unicamp.br/zero/585 (13/10/2019)

Vocês que usam cadeados de segredo, tomem cuidado!

Pois com o básico de Análise Combinatória é possível descobrir a senha em vários modelos!

Primeiro, vamos definir o modus operandi dos usuários dos cadeados de segredo cujo modelo envolve vários dígitos visíveis ao mesmo tempo, para então serem posicionados nos dígitos corretos da senha.

Os usuários destes cadeados selecionam uma senha com os N dígitos X_1, X_2, X_3, …, X_N.

Por considerarem impossível a busca exaustiva desta senha, ou seja testar as 10^N combinações, acreditam ser segura, logo passam a usar o cadeado constantemente.

Cada vez que terminam de usar o cadeado, se certificam de embaralhar a senha, ou seja, escolhem Y_1, …, Y_N de modo para todos os dígitos, $Y_i \neq X_i$.

Se o processo de embaralhamento for realizado de modo determinístico, ou seja, sempre escolhendo os mesmos Y_1, Y_2, Y_3, …, Y_N.

A análise do cadeado em diferentes ocasiões sempre dará a mesma informação… contudo, se o embaralhamento ocorrer de modo não-determinístico (ou seja, embaralha-se ao acaso, sem seguir nenhum padrão), teremos:

$Y_{11}, Y_{12}, Y_{13}, \ldots, Y_{1K}$

$Y_{21}, Y_{22}, Y_{23}, \ldots, Y_{2K}$

$Y_{31}, Y_{32}, Y_{33}, \ldots, Y_{3K}$

…

$Y_{N1}, Y_{N2}, Y_{N3}, \ldots, Y_{NK}$

Assim, se para todos os dígitos $Y_i \neq X_i$ (ou seja, quem a embaralhou certificou-se de que nenhum número da senha permaneceria na configuração final).

Podemos determinar as frequências com que cada número aparece em cada dígito.

Os dígitos que tiverem frequência 0 serão candidatos à solução.

Isto reduz muito o espaço de combinações a serem analisadas.

O risco é, contudo, potencializado para quem utiliza vários cadeados de segredo (como por exemplo, técnicos de laboratório de informática).

Já que uma análise dos M cadeados do laboratório permite reduzir seu espaço de possibilidades.

Exemplo real:

em um laboratório de informática utilizam cadeados de segredo para prender dez dos gabinetes dos computadores.

A senha de cada cadeado é composta por 4 dígitos de 0 a 9.

Quando observados os espaços dos dígitos, podemos ver até 2 números (dado que eles não estão realmente alinhados como senha).

Abaixo apresento as 10 configurações registradas na minha última visita ao local.

No rótulo de cada coluna temos C-(número do cadeado), e nas linhas abaixo os dois números visíveis em cada espaço da senha.

C-1	**C-2**	**C-3**	**C-4**	**C-5**	**C-6**	**C-7**	**C-8**	**C-9**	**C-10**
7-6	4-3	6-5	4-3	5-4	9-8	7-6	5-4	3-2	8-7
2-1	4-3	7-6	1-0	9-8	3-2	1-0	1-0	9-8	5-4
2-1	4-3	2-1	4-3	6-5	4-3	0-9	3-2	4-3	6-5
4-3	4-3	8-7	8-7	8-7	3-2	2-1	2-1	5-4	2-1

Analisando os dígitos que não aparecem nas posições Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 do cadeado, temos que:

Posição Y_1: não aparecem o 0 e o 1;

Posição Y_2: não aparece o 7;

Posição Y_3: não aparece o 8;

Posição Y_4: não aparecem o 0, o 6 e o 9.

Com isto, podemos reduzir das combinações originais (10^4) para as seguintes 6:

1_a possibilidade: 0-7-8-0;

2_a possibilidade: 0-7-8-6;

3_a possibilidade: 0-7-8-9;

4_a possibilidade: 1-7-8-0;

5_a possibilidade: 1-7-8-6;

6_a possibilidade: 1-7-8-9.

Contudo, vale observar que quando definimos o modus operandi do usuário, colocamos que o mesmo embaralhe a senha tal que todos os dígitos $Yi \neq Xi$.

Mas se em vez de todos fossem “quase todos” ou “a maioria”, o problema se tornaria um pouco mais complexo.

Pois precisaríamos de uma quantidade muito maior de amostras para inferir dentre aquelas com menores frequências (não necessariamente a de menor frequência), quais são os candidatos a solução.

Por curiosidade, testei no mesmo laboratório estas 6 combinações e nenhuma delas abriu o cadeado.

O que nos permite concluir que o modus operandi do técnico não garante que $Y_i \neq X_i$.

Para decodificar estes cadeados, precisaríamos então reunir mais resultados e escolher como candidatos aqueles com menores frequências, ainda que sejam maiores do que 0.

10. A Sombra do Anjo Leliel

blogs.unicamp.br/zero/708 (20/10/2019)

Leliel é um dos anjos do anime Neon Genesis Evangelion que vem para a Terra com a finalidade de aniquilar a humanidade (ou pelo menos esta é uma das interpretações de sua vinda).

Na contagem, ele é o décimo segundo anjo, precedido por Ireul e sucedido por Bariel, sua aparição ocorre no episódio 16.

Inicialmente ele se parece com uma esfera flutuante cheia de listras brancas e pretas com diferentes padrões.

Contudo, a manifestação real de seu corpo no nosso universo tridimensional se assemelha a uma sombra circular totalmente preta sobre o chão, com 680 metros de diâmetro e uma espessura de apenas 3 nanômetros (ou 0,000000003 metros).

Aparência do Anjo Leliel (a sombra no chão engolindo os prédios) e de sua sombra (a esfera flutuante no céu).

No anime concluem que a esfera flutuante é apenas a sombra que esta entidade manifesta em nossa dimensão.

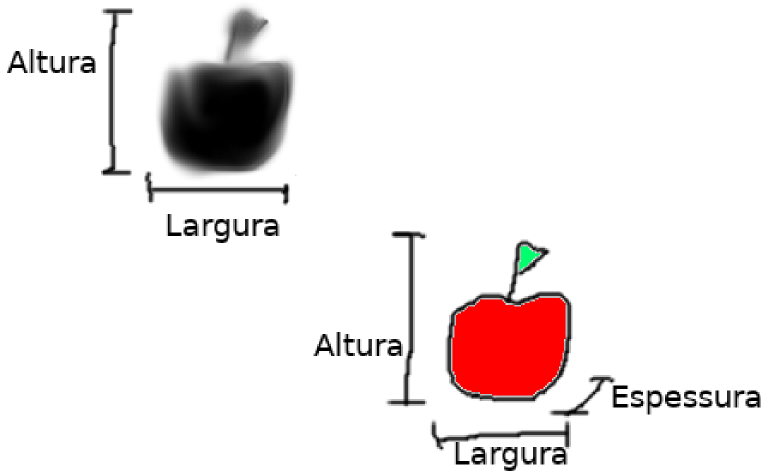
Neste texto explicaremos a dimensionalidade espacial deste personagem e como é possível que sua “sombra” seja projetada na forma de um objeto tridimensional.

Sombras e projeções:

Uma sombra nada mais é do que a projeção de um objeto em uma dimensão espacial menor.

Por exemplo, quando iluminamos uma maçã em frente a uma parede no escuro, a região bloqueada pela maçã, projeta na parede uma sombra na forma de sua silhueta.

Enquanto a maçã é um objeto com altura, largura e espessura, a sombra da maçã projetada na parede possui apenas duas dimensões (altura e largura).

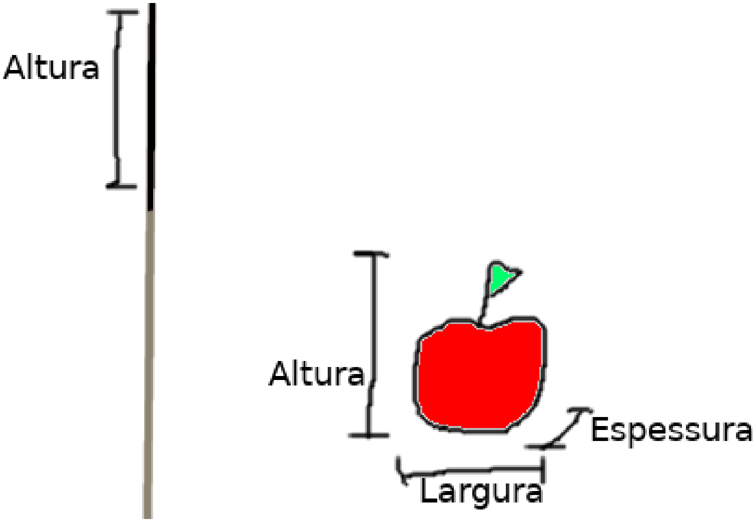


A projeção pode ocorrer também em uma dimensão de tamanho 1.

Por exemplo, imagine que atrás da maçã, em vez de um muro, não tenha nenhum obstáculo, exceto um fio extremamente fino, posicionado na horizontal.

Agora, a sombra da maçã projetada no fio tem apenas uma dimensão, a largura.

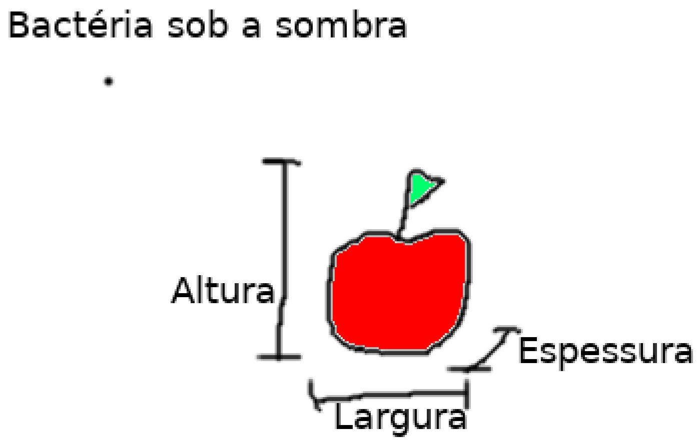
Por outro lado, se o fio estivesse na vertical, a sombra projetada no fio teria apenas a dimensão da altura.



A projeção também pode ocorrer em uma dimensão de tamanho 0.

Por exemplo, imagine que atrás da maçã, tenhamos uma bactéria.

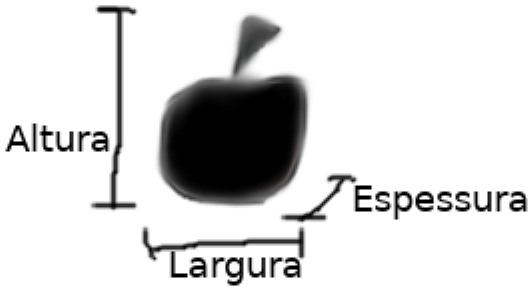
Agora a sombra da maçã projetada nesta bactéria não tem dimensão alguma, ela está ou não está sobre a bactéria.



De forma análoga, imaginemos um universo com quatro dimensões, ou seja, altura, largura, espessura e uma quarta direção perpendicular às outras três mencionadas.

Se pegarmos neste universo uma maçã-de-quatro-dimensões, e projetarmos esta maçã-de-quatro-dimensões em um universo com altura, largura e espessura, a sombra que esta maçã-de-quatro-dimensões fará em nosso universo será um objeto de três dimensões.

Ou seja, veremos projetado no nosso universo a altura, a largura e a espessura da maçã-de-quatro-dimensões original.



Assim, para os seres deste universo de quatro dimensões, nós, criaturas de três dimensões, somos equivalentes à projeções ou sombras.

De modo semelhante ao nosso universo, se uma outra sombra aparece no local onde nossa sombra está projetada, ela virá a cobrir a projeção original, entretanto não afetará em nada o objeto que a projeta.

Do ponto de vista dos seres do universo de quatro dimensões, para os quais somos equivalentes às sombras projetadas, caso venhamos a interagir com as sombras destes seres, podemos destruir suas projeções originais nos sobrepondo sobre elas, porém em nada afetaram o objeto gerador da projeção.

Assim como no anime Neon Genesis Evangelion, quando os humanos disparavam contra a sombra do Anjo Leliel, a sombra sumia imediatamente.

Pois no nosso universo de três dimensões, quando o objeto tridimensional (no caso o projétil lançado) se sobrepõe à sombra do Anjo, a sombra se desfaz momentaneamente, de forma análoga a quando fazemos nossa sombra cobrir a sombra de uma maçã.

Realmente não destruímos a maçã, contudo a nossa sombra afeta a percepção que temos da sombra da maçã, fazendo-a não mais perceptível.

Entendendo a sombra do Anjo Leliel:

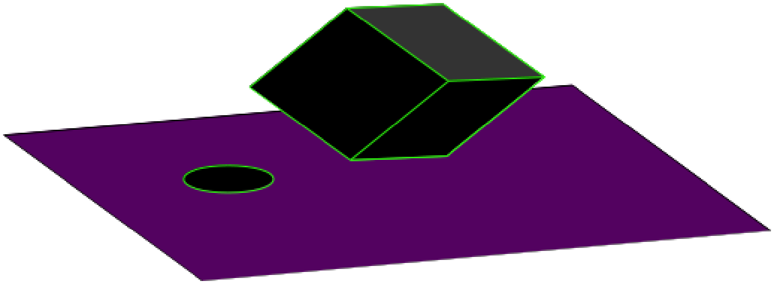
No caso do Anjo Leliel, temos uma criatura de um universo com pelo menos quatro dimensões.

Sendo que duas delas se encontram em contato com o nosso universo.

Seria o equivalente para um universo de duas dimensões, caso uma criatura de três dimensões na forma de um cubo pousasse tocando com apenas uma das suas arestas.

Neste universo de duas dimensões, as criaturas possuem apenas largura e altura.

Assim, quando este cubo tridimensional pousasse com apenas uma das arestas tocando no plano, os habitantes deste universo veriam um segmento de reta surgir do nada.



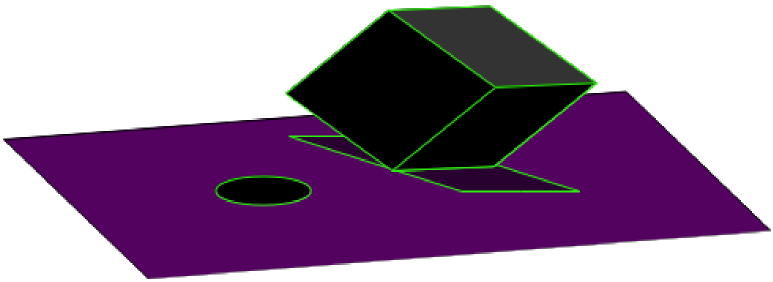
Contudo, o cubo sendo um objeto de três dimensões, ao receber luz tridimensional, projetaria uma sombra no universo de duas dimensões, com a forma de um quadrado.

Os habitantes deste universo agora enxergam um quadrado, que é uma forma, para eles, bem mais complexa do que um simples segmento de reta, pois possui duas dimensões, resultando também em uma área.

Assim, apesar da aparente existência deste quadrado no universo de duas dimensões.

Ele não é mais do que uma sombra do cubo que pousou neste universo.

Mesmo que os habitantes deste universo tentem interagir com o quadrado, o quadrado realmente não é um objeto real, e sim uma projeção.



De modo análogo, em Neon Genesis Evangelion.

Quando Leliel pousa na Terra, ele na verdade é um ser de pelo menos quatro dimensões, tocando nosso universo com apenas duas dimensões.

Assim, seu verdadeiro ponto de contato é a aparente sombra de 680 metros de diâmetro.

Mas como ele é um ser de pelo menos quatro dimensões, projeta uma sombra de três dimensões no nosso universo (na forma de uma esfera gigante flutuante).

Que oculta de nós, o ponto de contato deste Anjo com nosso universo até que venhamos interagir com a sombra.

Semelhante ao que ocorre no universo de duas dimensões, quando a sombra do cubo bloqueia das criaturas deste universo, o segmento de reta que é o ponto de contato entre o cubo e aquele universo, até que os indivíduos deste universo venham a interagir com sua sombra (o quadrado).

11. Xeque Impossível!

blogs.unicamp.br/zero/768 (30/10/2019)

No xadrez não é raro vermos um “xeque duplo”. Situação no qual o Rei está ameaçado ao mesmo tempo por duas peças.

Porém já imaginou um “xeque triplo”?

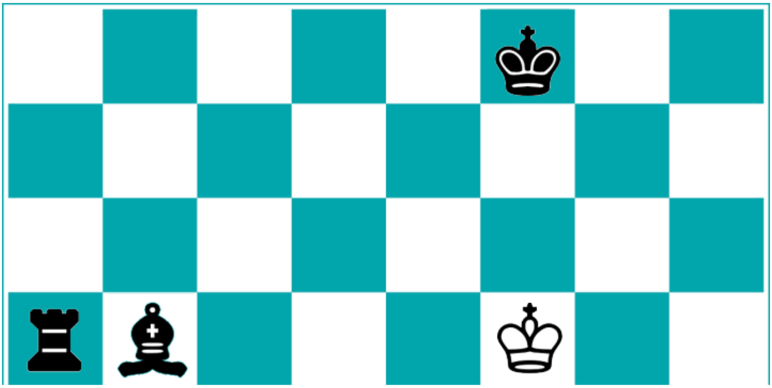
Três peças ameaçando o Rei adversário ao mesmo tempo?

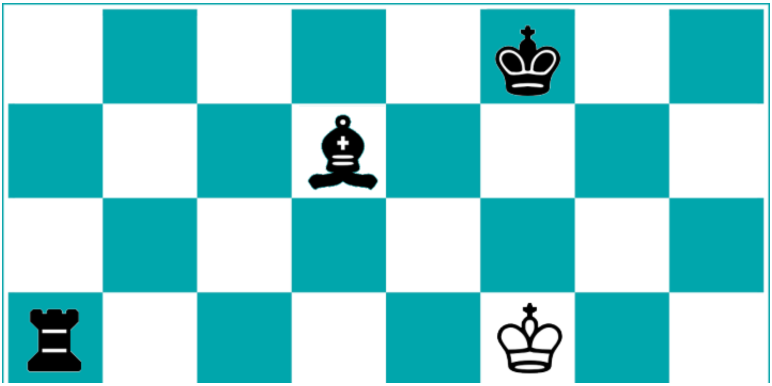
Pode parecer que é um xeque impossível… mas neste texto provaremos que REALMENTE este é um xeque impossível de acontecer!

Antes de começarmos a discussão, segue um exemplo de xeque duplo.

O Rei Branco está na mesma linha que a Torre Preta.

O único obstáculo entre ambas as peças é o Bispo Preto.





Quando o Bispo se movimenta, libera a trajetória horizontal da Torre, que passa a ameaçar o Rei Branco.

Mas o próprio Bispo também se posiciona de modo a ameaçar o Rei Branco.

Assim, ambas as peças são responsáveis por ameaçar o Rei Branco.

O que chamamos aqui de xeque duplo.

Para entendermos a impossibilidade de um xeque triplo, precisamos rever algumas noções básicas do xadrez:

1. Nenhum jogador pode mover-se de modo a entrar em xeque;

2. Nenhum jogador em estado de xeque pode realizar uma jogada de modo a permanecer em estado de xeque.

Vamos supor que um xeque triplo ao Rei Branco seja possível, como todo xeque, ele precisaria ser resultado das peças Pretas, que antes de jogar não estaria ameaçando o Rei Branco com nenhuma peça (pois senão o jogador das peças Brancas ainda estaria em estado de xeque após jogar).

Agora, notamos que no xadrez todas as jogadas (com exceção de três especiais), respeitam o mesmo padrão de uma peça desocupar sua atual posição e ocupar uma nova posição.

Ou seja, de uma jogada para a outra, temos uma casa que estava anteriormente ocupada, agora livre.

A essência do xeque duplo é que a ameaça ao Rei Branco, estava impedida pela obstrução daquela casa, e ao liberarmos esta casa, geramos um xeque tanto pela ameaça que estava sendo bloqueada, quanto pelo movimento da própria peça que desobstruiu o caminho.

Assim, já podemos concluir que Cavalos não poderiam ser as peças cuja ameaça estava obstruída, pois os mesmos não conhecem obstruções.

Também Peões não poderiam ser as peças cuja ameaça estava obstruída, pois sua ameaça envolve uma casa de distância da sua posição.

Dessa forma, as peças a serem obstruídas na ameaça ao Rei Branco devem ser Rainhas, Bispos ou Torres.

E as peças a bloquearem o caminho na hora do xeque, devem ser Cavalos, Bispos, Torres ou Peões.

Uma rainha não poderia ser a peça a bloquear o caminho, pois seus movimentos equivale ao das peças que podem ser obstruídas, logo seu uso para bloqueio já substituiria a ameaça da peça bloqueada.

Assim, para um xeque triplo precisaríamos ter duas peças de ameaça bloqueadas, e em uma jogada do jogador das peças pretas, ter ambas as ameaças desbloqueadas.

Mas os movimentos das peças Rainhas, Bispos e Torres, não possibilitam que desbloqueando apenas uma casa, duas destas peças ameaçam uma segunda casa (pois ignoramos a casa desbloqueada, dado que quem joga é que realiza o xeque).

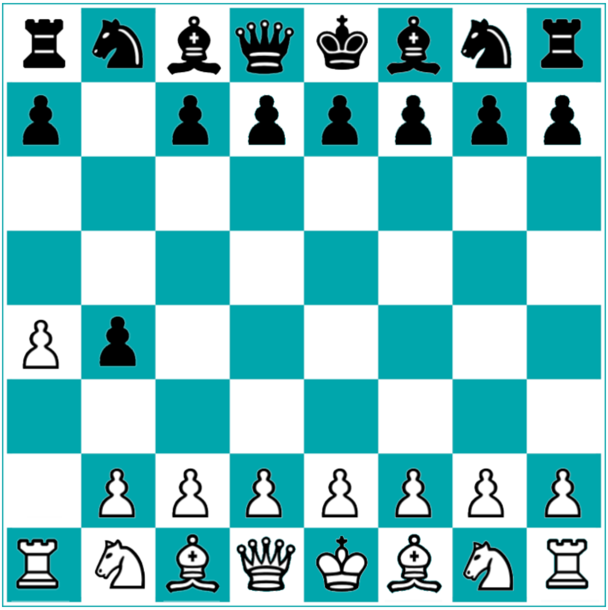
Para um xeque triplo precisaríamos de duas casas desobstruídas ao mesmo tempo… o que nos leva para três jogadas especiais que liberam duas casas em uma só ação.

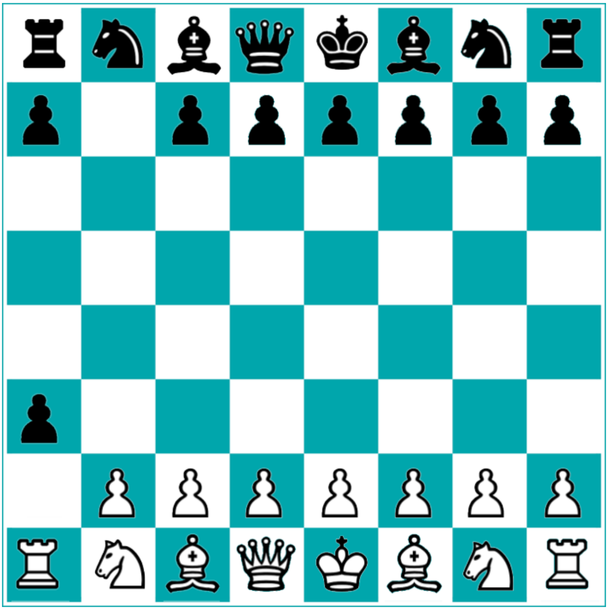
1. Roque maior: Rei e Torre do lado da Rainha se movimentam simultaneamente. Apesar de duas casas serem desobstruídas, ambas são adjacentes aos extremos do tabuleiro, dessa forma não poderiam ser utilizadas para bloquear nenhuma ameaça.

2. Roque menor: Rei e Torre do lado do Rei se movimentam simultaneamente. Apesar de duas casas serem desobstruídas, ambas são adjacentes

aos extremos do tabuleiro, dessa forma não poderiam ser utilizadas para bloquear nenhuma ameaça.

3. El Passante: Quando um peão adversário executa seu primeiro movimento avançando duas casas para frente ao mesmo tempo, terminando na casa adjacente lateral a um peão nosso. Podemos destruir o peão adversário movendo-nos uma casa na diagonal por onde este peão passou.

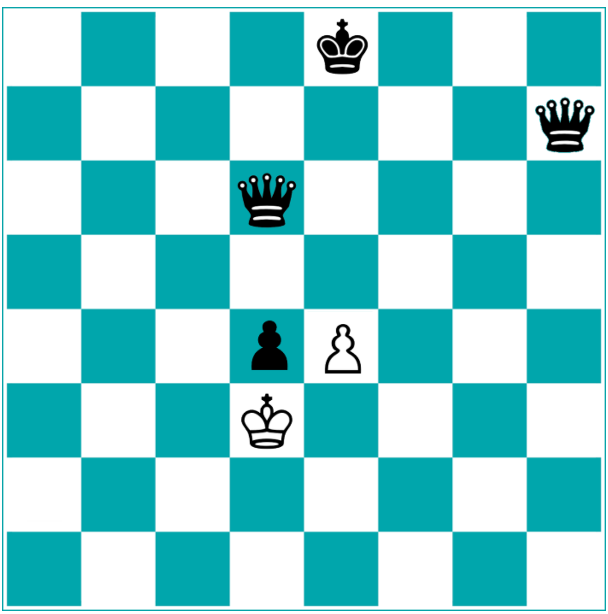




Então, temos duas Rainhas bloqueadas por dois Peões (um Preto e um Branco).

Obviamente uma terá que estar ameaçando na vertical e outra na diagonal.

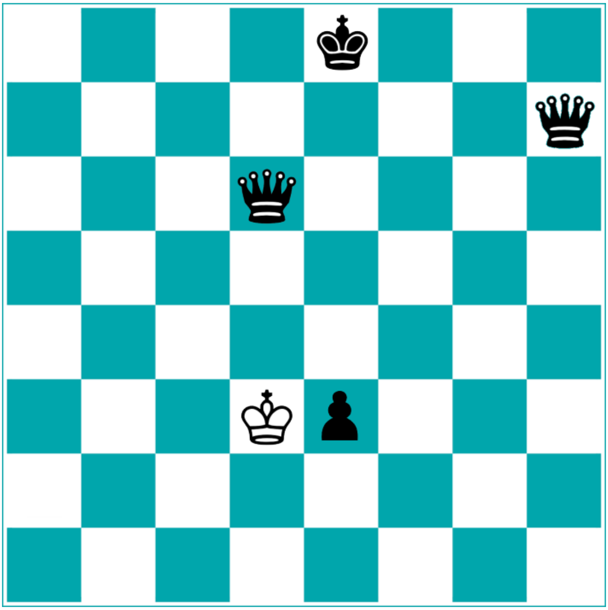
Com a realização do El Passante, o Peão Preto elimina o Peão Branco, desobstruindo a ameaça de ambas as Rainhas.



Então, temos duas Rainhas bloqueadas por dois Peões (um Preto e um Branco).

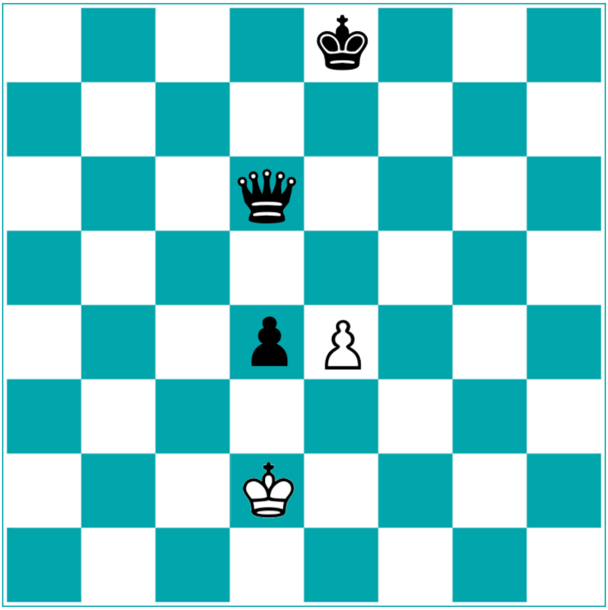
Obviamente uma terá que estar ameaçando na vertical e outra na diagonal.

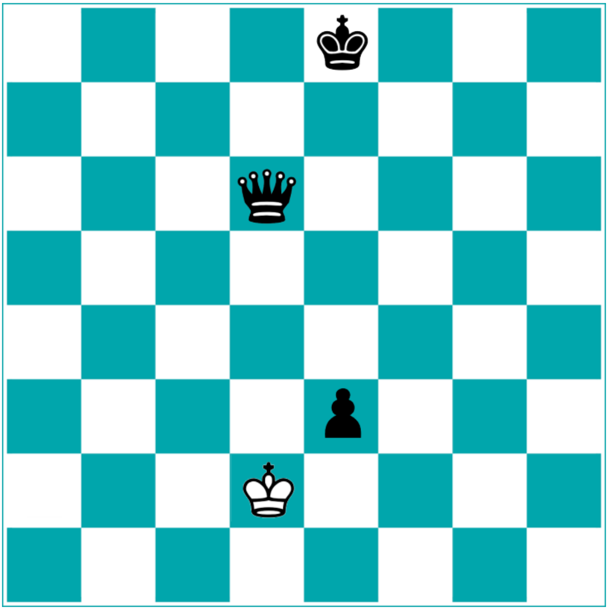
Com a realização do El Passante, o Peão Preto elimina o Peão Branco, desobstruindo a ameaça de ambas as Rainhas.



Entretanto, o movimento do Peão Preto em si, não resulta em uma terceira ameaça ao Rei Branco.

Pois para resultar, teríamos o seguinte contexto.





Mas neste caso, não há como duas Rainhas Pretas ameaçarem o Rei Branco a menos de um bloqueio que será desobstruído na jogada seguinte.

Então, nesse caso, apesar do Peão Preto agora servir de ameaça ao Rei Branco.

A posição ocupada por ele não permitia que duas Rainhas lhe ameaçassem, pois a ameaça resultante de um Peão, será sempre uma casa diagonal.

E como as peças cujas ameaças bloqueadas obrigatoriamente terão movimento na vertical e na diagonal, a ameaça do Peão obstruiria uma destas ameaças, fazendo-nos chegar a apenas um xeque duplo.

Com isto temos que qualquer jogada que desobstrua duas casas do tabuleiro ao mesmo tempo (condição necessária para um xeque triplo), não será suficiente para sua realização.

Desse modo, temos demonstrado a impossibilidade de ameaçar o Rei adversário com 3 peças ao mesmo tempo.

12. Traduções Bagunçadas

blogs.unicamp.br/zero/802 (02/11/2019)

Neste texto discutiremos o super poder que as traduções automáticas possuem de bagunçar o texto e como isto é o segredo para que pessoas "preguiçosas" (gente que copia o trabalho dos amiguinhos) possam se safar de serem pegas por verificadores de similaridades.

Um verificador de similaridades é um software utilizado para identificar o quão similar um texto é com outros já publicados.

Este é um recurso utilizado para avaliar trabalhos acadêmicos e julgar se as similaridades são naturais ou se são fruto de plágio.

Por quase um ano fiquei responsável por verificar similaridades e ajudar na correção de trabalhos de conclusão de curso, auxiliando como evitar que as similaridades aparecem ou mesmo que fossem interpretadas como plágio… isto me ensinou uma coisa muito interessante, que traduções automáticas podem ser usadas para limpar textos e assim evitar que eles sejam tão similares.

O motivo dos tradutores automáticos bagunçarem o texto não é um problema de software, e sim dos idiomas… para entender isto, vamos analisar o conjunto de palavras que formam um idioma como sendo o Domínio de uma função e seus respectivos significados como a Imagem desta função.

Assim, para cada palavra “blablublau” está associado um significado naquele idioma, por exemplo “o efeito da osteoporose nos guaxinins jamaicanos” que também pode ter este exato mesmo significado para um outro idioma, associado a palavra “parapapapapa”.

Dessa forma, se no idioma X existem M palavras-significados e no idioma Y existem N palavras-significados.

Das palavras do idioma X, se existem L palavras com significados iguais ao idioma Y, ou seja, se para traduzir do idioma X ao idioma Y ou o contrário, existem L palavras cujas traduções serão exatas.

A tradução neste caso será exata, pois para cada palavra do Domínio de um idioma, geramos uma Imagem (significado) que é também a Imagem de uma palavra do Domínio de outro idioma.

]Dessa forma, se a palavra é o “código” que o idioma usa para definir o significado, podemos dizer que para ambos os idiomas, estas L palavras são iguais à menos do “código” utilizado como rótulo, por exemplo:

português → quadrado → □ ← square ← inglês

Contudo, a bagunça das traduções automáticas entre o idioma X e Y é resultado das M-L ou das N-L palavras.

Pois se uma Imagem do Domínio das palavras do idioma X não possui uma Imagem associada ao idioma Y, então é preciso combinar duas ou mais palavras-significados do idioma Y para equivaler a palavra-significado do idioma X, por exemplo:

português → anteontem || day before yesterday ← inglês

De volta ao sentido de Domínio e Imagem, chamaremos de D(xi) o Domínio de uma palavra do idioma X, I(xi) a Imagem de uma palavra do idioma X, I(yj) a Imagem de uma palavra do idioma Y, e D(yj) o Domínio de uma palavra do idioma Y.

Dessa forma, para uma primeira tradução teremos:

$D(x_0) = I(x_0) = I(y_1) + I(y_2) + \dots + I(y_N) = D(y_1) + D(y_2) + \dots + D(y_N)$.

(Pt) anteontem → (En) day before yesterday → (Pt) dia antes de ontem

Assim, se algum dos N significados da Imagem do idioma Y, não estiver entre as L palavras comuns dos dois idiomas, por exemplo a Imagem da palavra y_k, teremos no processo reverso de tradução do idioma Y para o idioma X a seguinte estrutura:

$D(y_1) + D(y_2) + \dots + D(y_k) + \dots + D(y_N) =$

$= I(y_1) + I(y_2) + \dots I(y_k) + \dots + I(y_N) =$

$I(x_1) + I(x_2) + \dots I(x_{k1}) + I(x_{k2}) +\dots + I(x_{kN}) + \dots + I(x_N) =$

$D(x_1) + D(x_2) + \ldots D(x_{k1}) + D(x_{k2}) + \ldots D(x_{kN}) + \ldots D(y_N)$.

Dessa forma, a cada palavra-significado que não apresenta uma mesma Imagem no Domínio daquele idioma, geramos na tradução ao menos duas outras palavras com intenção de explicar seu significado.

Mas se uma destas palavras que explicam o significado, não apresentar uma mesma Imagem no Domínio do outro idioma, para reverter a tradução, geramos ao menos outras duas palavras que explicam seus significados.

O processo segue naquela bagunça de tradução automática na qual culpamos o software inocente.

Façamos agora um experimento que demonstra como estas traduções bagunçadas podem ser usadas para não sermos pegos em detectores de similaridade mesmo quando copiamos o texto do amiguinho.

Faremos isto com o texto do nosso amiguinho William Shakespeare, tomemos seis versos de um texto muito conhecido, o “ser ou não ser”.

Ser ou não ser, eis a questão: será mais nobre

Em nosso espírito sofrer pedras e setas

Com que a Fortuna, enfurecida, nos alveja,

Ou insurgir-nos contra um mar de provações

E em luta pôr-lhes fim? Morrer… dormir: não mais

(William Shakespeare).

Traduziremos agora pro inglês e depois pro português:

Ser ou não ser, eis a questão: será mais nobre

Em nosso espírito sofrem pedras e flechas

Com o qual a Fortune enfurecida nos alveja,

Ou enfrentar um mar de provações

E na luta para acabar com eles? Morra … durma: não mais

(provavelmente de William Shakespeare)

Um processo relativamente simples, mas as palavras em negrito e sublinhadas foram alteradas do texto inicial.

Agora um experimento um pouco mais ousado. Passaremos o texto original do Português depois para o Francês depois para o Grego depois para o Russo depois para o Japonês depois para o Suaíli depois para o Húngaro depois para o Português.

Com isso finalmente chegamos no seguinte resultado que marcamos em negrito e sublinhado as partes que foram alteradas da versão original:

O problema é se existe ou não um. É isso? Qual é melhor?

Pedras e flechas sofrem em nossos corações

Rumo ao destino do mal

Ou suportar o mar duro

E como terminamos esta corrida? Ele morreu … dormindo de novo.

(autor desconhecido)

Lendo o texto, percebemos que ele está muito alterado do original, na verdade é um outro texto.

Mas em sentido se relaciona àquele inicial e o mais incrível, é que foi gerado de forma totalmente automática.

De fato, este processo distorce o texto original o suficiente para preservar parcialmente seu sentido ao mesmo tempo que faz do novo texto, algo original.

13. Código ENEM – o Padrão Secreto da Prova

blogs.unicamp.br/zero/825 (06/11/2019)

No domingo dia 03 de novembro de 2019, mais de 3.900.000 pessoas realizaram a primeira prova do famoso ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e se preparavam para a segunda prova que ocorreria no domingo seguinte, dia 10 de novembro de 2019.

Esta discussão foi desenvolvida neste período com o intuito de auxiliar aqueles que fariam a prova ou outras provas semelhantes, sobre padrões em alternativas utilizadas em testes de múltipla escolha como aquele, e que poderiam se manter na segunda aplicação da prova.

Para produção deste estudo, nos baseamos no caderno amarelo e no gabarito extra-oficial que lançaram um dia após a prova.

Fizemos nossas análises considerando as 5 questões de inglês junto com as 5 questões de espanhol, assim tratamos de uma prova de 95 questões.

Distribuição das alternativas

É de se esperar que em uma prova “equilibrada” caso escolhamos uma mesma alternativa e marquemos ela em todas as questões, atinjam um placar aproximado de 1/(número de opções), no caso do ENEM que são 5 opções, seria esperado então marcamos 1/5 das respostas certas.

Pois bem, o ENEM é uma prova cujas alternativas são bem distribuídas e isto é muito favorável para quem não consegue tempo de resolver todas as questões da prova.

Se a distribuição das questões fosse bem "equilibrada", deveríamos observar que as alternativas ficam em torno da média com um desvio padrão para mais ou para menos.

Analisando a distribuição das questões da primeira prova, chegamos nas seguintes quantidades de ocorrências para cada alternativa:

A	B	C	D	E
20	22	22	15	16

Sendo a média dada por 95/5 = 19, e sua variância é dada por:

$\dfrac{(19-20)^2 + (19-22)^2 + (19-22)^2 + (19-15)^2 + (19-16)^2}{\text{(número de opções)}}$	=	$\dfrac{44}{5}$	=	8,8

Dessa forma, calculando o desvio-padrão (raiz-quadrada-da-variância), chegamos em 2,96 (arredondamos para 3).

Ou seja, o intervalo esperado de ocorrências para cada alternativa da primeira prova era entre 16 e 22 vezes.

Se este padrão de comportamento se manter para a segunda prova, com 90 questões a serem consideradas, podemos esperar com a média dada por 90/5 = 18, que as ocorrências de alternativas variam entre 15 e 21 vezes.

Com isso, se você precisa entregar a prova e não tiver tempo suficiente para resolver as questões que faltam, conte quantas vezes cada alternativa já apareceu no seu gabarito.

Na hora de chutar, dê preferência para aquelas alternativas que estiverem com menos de 15 ocorrências, e evite aquelas alternativas que passam de 21 ocorrências.

Contagem de caracteres

Uma outra estratégia é contar os caracteres de cada alternativa.

Sim, é trabalhoso, mas na hora do desespero eles escondem um padrão valioso.

Para preparar esta dica, contamos os caracteres com e sem espaço das 95 questões do ENEM e então verificamos como seria seu resultado na prova seguindo dois padrões de escolha: A) Alternativas com mais caracteres; B) Alternativas com menos caracteres.

A) Mais caracteres com ou sem espaço: acerta 12 de 95.

B) Menos caracteres com ou sem espaço: acerta 25 de 95.

Mas não paramos por aqui… lembra do conceito de mediana?

Para encontrar a mediana, você precisa listar os valores do maior pro menor (ou o contrário) e escolher aquele que se encontra na metade da lista.

No caso das alternativas do ENEM, seria na 3ª posição.

Exemplo: a questão 90 do caderno amarelo teve as alternativas divididas por caracteres da seguinte maneira.

A) 21 caracteres;

B) 20 caracteres;

C) 24 caracteres;

D) 30 caracteres;

E) 30 caracteres.

Ordenando pela quantidade de caracteres, chegamos em B-A-C-D-E ou B-A-C-E-D, em ambas as situações, a alternativa na mediana é a C, que neste caso coincide com a resposta correta da questão.

Assim, verificamos como seria seu resultado na primeira prova escolhendo as alternativas com quantidades medianas de caracteres (com e sem espaço).

Quantidade mediana de caracteres com espaço: acerta 30 de 95.

Quantidade mediana de caracteres sem espaço: acerta 33 de 95.

Dessa forma, este segundo padrão de escolhas te proporciona um índice de acerto de aproximadamente 34,5%.

Pode não parecer muito, mas são 14,5% a mais do que se fizer uma escolha ao acaso.

No caso, diante de questões com alternativas duvidosas, usar a primeira e segunda dicas deste texto podem ajudá-lo a conseguir aquele pontinho a mais.

14. O Azar do Lorde Boros

blogs.unicamp.br/zero/859 (14/11/2019)

Lorde Boros é um personagem do anime One Punch Man, cujo combate direto contra o Saitama (o protagonista) ocorre nos episódios 11 e 12 da primeira temporada.

Lorde Boros é o líder de um grupo de alienígenas que já dominaram/destruíram vários planetas pelo universo até chegarem na Terra.

Porém nesta luta ele foi vítima de um azar (literalmente) astronômico… para entender o que aconteceu e como Lorde Boros a menos deste azar teria vencido o "invencível", precisamos falar um pouco de matemática com astronomia.

Em poucas palavras, One Punch Man tem como protagonista o herói Saitama, que por algum motivo que nem ele mesmo entende, ficou super poderoso e careca.

Dessa forma, seus inimigos não resistem a sequer um soco do herói (por isto o nome do Anime: Homem de um só soco).

Para contextualizar o evento que será tema desta discussão, narrarei como ocorreu… mas se quiser mais emoções, recomendo que assista ao episódio 12 da 1ª temporada de One Punch Man.

Lorde Boros veio para a Terra guiado por uma profecia sobre um inimigo à sua altura… após 20 anos de viagem pelo universo, chega no nosso planeta já destruindo uma grande cidade com apenas um ataque de sua nave espacial.

Saitama vai enfrentá-lo e o combate é desproporcional, pois Lorde Boros se esforça ao máximo com sua super força, super velocidade, super agilidade, super resistência, manipulação de energia, regeneração instantânea e habilidades avançadas de combate… mas o herói em uma demonstração sincera de tédio chega a perguntar se a batalha já acabou?

Percebendo o abismo entre seus poderes, Lorde Boros ativa seu “Meteoric Burst” utilizando praticamente o máximo de sua energia vital, sacrificando sua expectativa de vida e iniciando uma série absurdamente rápida e poderosa de ataques, encerrando com um super chute que faz Saitama colidir com a Lua de forma quase instantânea.

Saitama usando a Lua como apoio, salta de volta para a Terra a fim de continuar o combate… que leva à destruição do Lorde Boros sem que realmente o Saitama tenha levado a luta a sério, dizendo a ele nos seus últimos momentos que a luta foi “difícil”, apenas por respeito ao esforço empenhado do Lorde Boros em derrotá-lo.

Chute de Lorde Boros que arremessou o Saitama (o careca de capa) quase imediatamente para a Lua.

Admito, a primeira vez que a gente assiste é impressionante… nem mesmo mandando Saitama para o espaço, foi possível destruí-lo… e ele voltou na mesma hora, colocando terror na entidade que veio destruir nosso planeta…

Mas depois de assistir pela 3ª vez começamos a perceber várias incoerências matemáticas astronômicas:

1) A que velocidade Saitama foi lançado até a Lua?

2) Quais as chances de jogar alguém para o espaço a uma velocidade absurda e o sujeito atingir a Lua?

3) Se ele não atingisse a Lua, o que aconteceria?

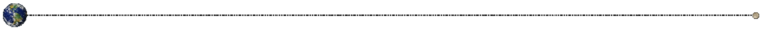
Algumas medidas aproximadas que precisamos ter em mente para continuar discussão:

Diâmetro da Lua: 3.474,2 km;

Diâmetro da Terra: 12.742 km;

Distância entre a Terra e a Lua: 384.400 km.

Para melhor compreender o significado destes tamanhos e distância, apresento na figura abaixo a Terra, a Lua e sua distância em escala relativa aos seus tamanhos representados.



Terra e Lua, ambas em tamanho e distância proporcional.

Respondendo a pergunta 1:

Para determinar a velocidade do Saitama ao ser lançado até a Lua, se conhecemos a distância da Terra até a Lua (384.400 km) podemos calcular sua velocidade de viagem como 384.400/número-de-segundos = velocidade em km/s.

Ou de forma contrária, se conhecemos a velocidade em km/s, podemos calcular o tempo de viagem.

Considerando que nenhuma velocidade neste universo seja superior à da luz (299.792 km/s), seu tempo mínimo de viagem durará 1,28s.

Por outro lado, se o golpe do Lorde Boros lançasse Saitama na mesma velocidade da nave mais rápida já construída pelo ser humano na realidade… Saitama levaria quase uma hora e meia para colidir com a Lua… considerando que o protagonista não perdeu a consciência após o golpe, isto seria uma viagem extremamente entediante.

Dessa forma, cabe decidir apenas quanto tempo imaginamos que o Saitama ficou voando até colidir com a Lua.

Analisando a cena do anime é difícil determinar de modo preciso quanto tempo levou, mas podemos estimar com uma margem de acerto relativamente larga, que este evento durou entre 2 segundos e 1 minuto.

No gráfico a seguir você pode escolher o tempo (eixo horizontal) em segundos e determinar então a velocidade (eixo vertical) em km/s que Saitama viajou.

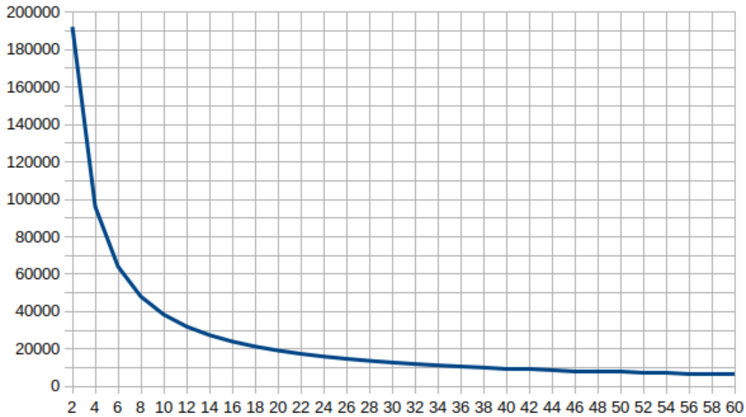


Gráfico de velocidade por tempo de colisão do Saitama entre Terra-Lua.

Respondendo a pergunta 2:

Para determinar a chance de chutar alguém ao espaço a uma velocidade absurda e atingirmos a Lua, vamos supor que o Lorde Boros chutou Saitama em uma direção exatamente oposta à força gravitacional da Terra.

Vamos considerar a Lua como um alvo circular com diâmetro de 3.474,2 km a uma distância de 384.400 km.

Assim, para atingir o alvo, ele poderia estar desalinhado do seu centro a no máximo 0,26 graus.

Ignorando o movimento de translação da Lua em relação à Terra e a inclinação orbital de 15 graus da Lua em relação ao eixo da Terra, dividimos o período de rotação da Terra no próprio eixo (24 horas), em relação ao ângulo necessário para atingir a Lua.

Chegamos que apenas por 124 segundos ao dia, estaríamos na posição correta para atirar o Saitama de modo que ele atinja a Lua.

Considerando que Lorde Boros não escolheu um horário para atacar a Terra, a chance dele dar este golpe nesta exata ocasião é de aproximadamente 0,14%.

Parece muito azar ter acontecido isto… mas se formos pensar, Lorde Boros também não escolheu uma posição da Terra para atacar… ou seja, a chance dele ter escolhido uma posição que esteja exatamente acima do eixo orbital da Lua (no respectivo hemisfério), seria de aproximadamente 0,14% (estamos supondo a Terra como uma esfera perfeita).

Assim, a chance do Lorde Boros ter acertado a Lua é a probabilidade destes dois eventos ocorrerem, aproximadamente 0,00002%.

Respondendo a pergunta 3:

Se o Saitama não tivesse acertado a Lua, seu ponto de apoio mais próximo seria Vênus.

Este é o corpo celeste após a Lua que chega a uma menor distância da Terra, podendo se aproximar do nosso planeta até uma distância de 38.000.000 km (cerca de 100 vezes mais distante do que a Lua está da Terra).

Mesmo viajando na velocidade da luz, Saitama levaria no mínimo 126 segundos (sem falar na improbabilidade de atingir Vênus ser bem maior do que de atingir a Lua).

Mas isto significa que até ele retornar na melhor das hipóteses, daria para Lorde Boros no mínimo 252 segundos (4 minutos e 12 segundos)… tempo para usar sua técnica máxima que segundo ele mesmo, seria capaz de destruir toda a superfície da Terra.

Assim, tirando o azar de ter Saitama como seu inimigo… Lorde Boros teve novamente o azar da Lua está exatamente acima deles na ocasião que deu seu super chute no Saitama… um azar de proporção astronômica que você pode testar se o mesmo aconteceria com você jogando uma simples moeda… se ela cair 19 vezes seguidas em coroa, significa que você no lugar de Lorde Boros sofreria deste mesmo azar.

15. Hipótese da Terra-Prezel

blogs.unicamp.br/zero/907 (20/11/2019)

A situação que apresentaremos a seguir serve de exemplo para a ideia da manipulação de hipóteses e seu papel na matemática.

Pois apesar de algumas coisas nos parecerem “triviais” ou “óbvias” e sua negação ser “absurda” ou “ridícula”, ao supormos estas esquisitices, podemos chegar a modos distintos de enxergar o mundo.

Suponha que esteja num avião quando o piloto informa que não tem combustível o bastante para pousar pela trajetória prevista para o voo.

Ambos “sabem” que a Terra é um globo, mas dadas as circunstâncias o piloto pediu para o computador analisar uma trajetória de voo supondo que a Terra fosse um pretzel e viu que assim seria possível pousar o avião.

Ambos têm a plena convicção de que a Terra é um globo, mas também sabem que isto significa a queda do avião… porém e se estivessem errados nesse aspecto?

Poderiam sobreviver a esta situação, ainda que a hipótese da Terra ser um pretzel lhes pareça absurda.

A título de esclarecimentos, pretzel é um tipo de pão de origem alemã, podendo ser doce ou salgado.

Ele tem a forma de um nó estranho, e o planeta no formato de um pretzel seria algo parecido com a figura abaixo.

Euclides de Alexandria foi um grande matemático grego tido como o pai da geometria, ele viveu a cerca de 300 anos antes de Cristo e descreveu a geometria a partir de 5 postulados (proposições tidas como triviais e que precisamos assumir como verdadeiras sem provar).

Sua forma “óbvia” de descrever a geometria no plano levou ao desenvolvimento da geometria euclidiana, que propõe por exemplo “a menor distância entre dois pontos é uma linha reta”.

Contudo ao longo dos séculos foram destinados esforços contra um destes postulados, conhecido como o Postulado das Paralelas e que pode ser enunciado da seguinte forma:

É verdade que, se uma reta ao cortar duas outras, forma ângulos internos, no mesmo lado, cuja soma é menor do que dois ângulos retos, então as duas retas, se continuadas, encontrar-se-ão no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois ângulos retos.

De forma menos complicada para nós que já nascemos respirando geometria, o postulado diz que quaisquer duas retas não-paralelas se cruzam.

Vários matemáticos buscavam deduzir este postulado a partir dos 4 outros postulados e assim “provar” que a geometria como proposta por Euclides, poderia ser descrita apenas com 4 e não com 5 verdades absolutas.

Entretanto, sempre que tentavam “supor” que se este postulado fosse falso acarretaria em uma afirmação absurda, chegavam a algo diferente, mas não absurdo, algo que veio a ser estudado como as geometrias não-euclidianas.

Assim, apesar de parecerem “óbvios”, a negação de um postulado nos levou para formas diferentes de geometria que não é a euclidiana (ou seja, aquela que se baseia nos 5 postulados serem verdadeiros).

Uma forma simples de exemplificar uma geometria não-euclidiana é imaginar uma formiga em cima de uma bola de plástico.

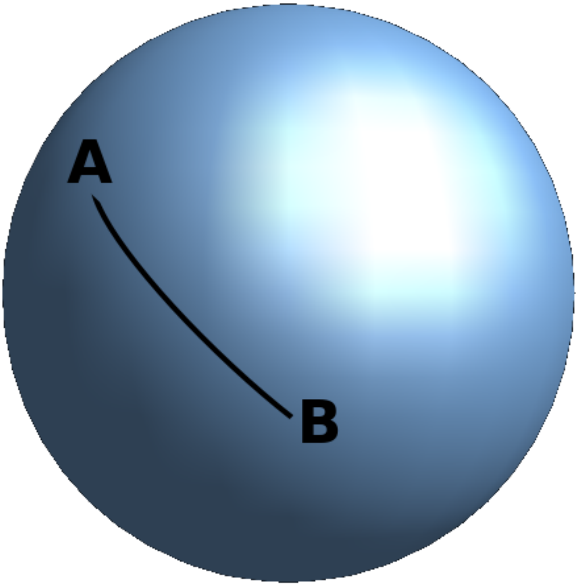
A menor distância entre dois pontos da bola certamente não é uma linha reta (pois a formiga não atravessará pelo interior do objeto) e sim um arco de circunferência com amplitude AB, que representa a trajetória entre dois pontos desta bola.

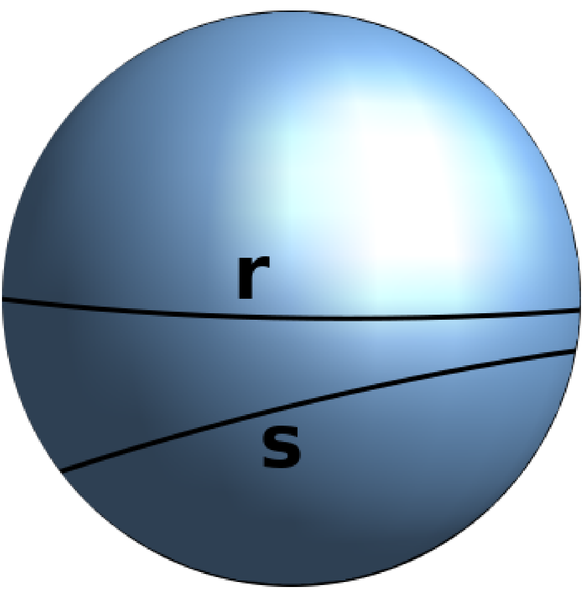
Neste mesmo universo da bola de plástico, qualquer posição que a formiga queira chegar, estará a no máximo um arco de circunferência com 180 graus e raio igual ao da bola.

No caso, para a formiga chegar ao ponto mais distante possível dela na bola, existem infinitos caminhos igualmente curtos.

De forma análoga, duas retas nesta bola seriam representadas por circunferências inscritas em sua superfície e que podem nunca se tocar mesmo não sendo paralelas.

Assim, com uma situação simples de uma formiga em uma bola de plástico, podemos observar contradições que a geometria euclidiana teria ao se estender neste universo de propriedades não-euclidianas.


A
B


r
s

Com isso ressaltamos o convite ao leitor para conhecer mais a matemática, mas não através de cálculos e fórmulas (que são necessários para averiguar as hipóteses, mas não suficientes para criá-las), e sim neste “jogo” de brincar com as hipóteses.

Pois mesmo quando tudo parece “óbvio”, os matemáticos se colocam no dever de supor que algumas coisas possam ser diferentes e ver as consequências que estas ideias proporcionam para a análise da situação como um todo.

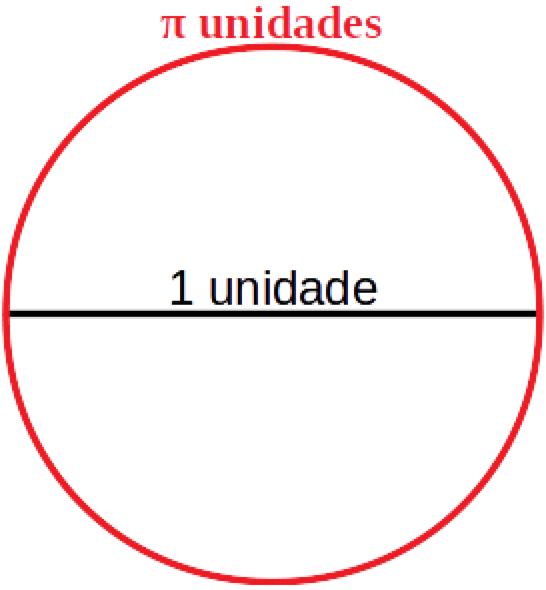
16. O Mistério de Π=4

blogs.unicamp.br/zero/948 (05/12/2019)

π deve ser o mais famoso dos números… as pessoas parecem fazer diversas associações estranhas quanto ao seu significado.

Existe até mesmo um filme de ficção científica no qual conseguem descobrir o último dígito decimal de π (apesar deste "dígito" hipotético não existir), e isto possibilita o protagonista prever as variações nas bolsas de valores do mundo inteiro.

Apesar de toda esta popularidade, o significado de π é um pouco "mais sem graça" do que parece. π significa o perímetro de um círculo de diâmetro 1 unidade.



A linha vermelha tem comprimento π unidades.

Porém, o perímetro desse círculo é um Número Irracional, assim somente pode ser tratado nos cálculos decimais pela sua aproximação.

Apesar de algumas pessoas acharem legal lembrar de muitas casas decimais da aproximação de π, sinceramente para qualquer problema que você precise de uma aproximação melhor do que 3,141592 provavelmente estará resolvendo com algum software, que te dará umas 100 casas do π automaticamente.

Neste texto discutimos a respeito de um meme que circula envolvendo o “cálculo” de π de forma que ele dê 4.

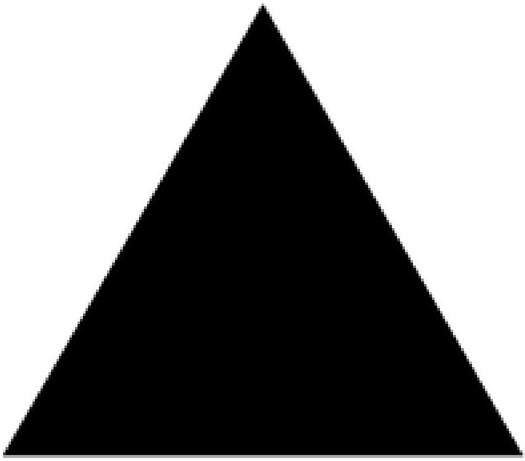
Em algumas respostas a este meme, quem o critica sugere que a figura formada deveria ser um losango… porém esta conclusão está errada.

Podemos realmente ter um “círculo” de diâmetro 1 e perímetro 4.

Mas para entender como é possível construirmos um “círculo” nestas condições, é interessante primeiro discutirmos um pouco sobre fractais.

Imagine um triângulo equilátero de lado 1.

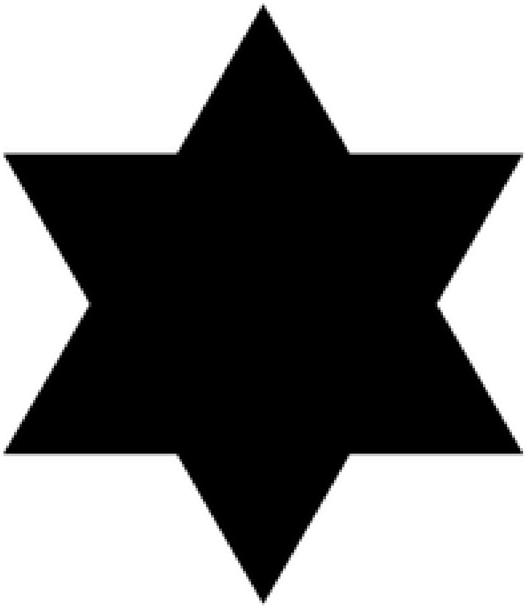
Sem nenhum mistério, sabemos que seu perímetro é igual a 3.



Então segmentamos cada uma de suas arestas em três partes.

E criamos no centro de cada aresta, um novo triângulo equilátero com lado 1/3.

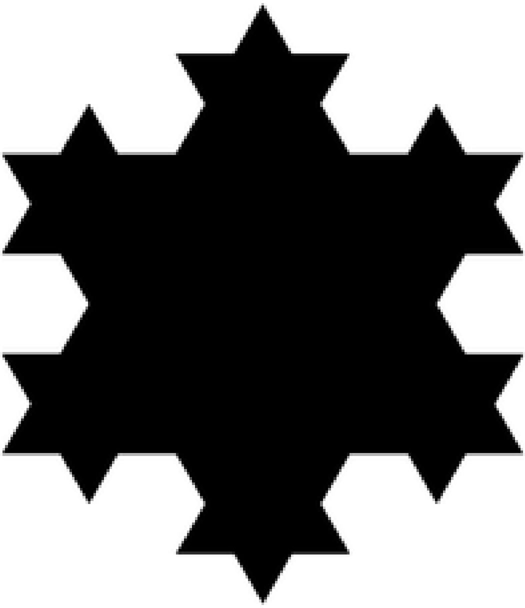
Agora esta nova figura tem 12 arestas, cada uma com tamanho 1/3, dessa forma seu perímetro é 4.



Então segmentamos cada uma de suas arestas em três partes.

E criamos no centro de cada aresta, um novo triângulo equilátero com lado 1/27.

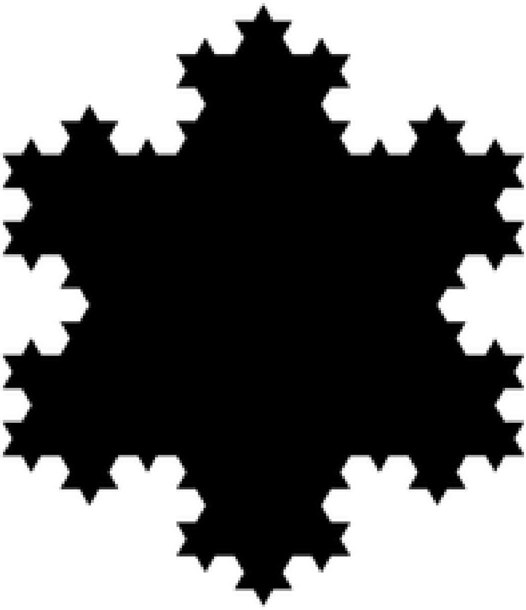
Agora esta nova figura tem 192 arestas, cada uma com tamanho 1/27, dessa forma seu perímetro é aproximadamente 7,11.



Então segmentamos cada uma de suas arestas em três partes.

E criamos no centro de cada aresta, um novo triângulo equilátero com lado 1/81.

Agora esta nova figura tem 768 arestas, cada uma com tamanho 1/81, dessa forma seu perímetro é aproximadamente 9,48.



O processo pode ser continuado indefinidamente. Levando a construção de uma figura conhecida como Ilha de Koch, que possui área finita, porém perímetro infinito.

Uma característica peculiar desta figura diz respeito a todo o seu perímetro ser formado por pontos de inflexão (bicos), o que a faz não derivável para qualquer ponto.

Este mesmo princípio pode ser aplicado para transformar um quadrado em um “círculo”.

Transformando cada vértice com ângulo interno de 90 graus, em outros três vértices como apresentado no meme, preservamos o perímetro da figura, porém forçamos que sua área seja igual a área de um círculo.

Assim, não importa o quanto nos aproximarmos, a figura sempre parecerá um círculo (pois o processo foi repetido infinitas vezes), contudo assim como o caso da Ilha de Koch, este “círculo” é todo formado por pontos de inflexão (bicos), o que faz dele não derivável para qualquer ponto (detalhe: círculos são deriváveis em todos os pontos).

17. PARADOXO DO ANIVERSÁRIO ALIENÍGENA

blogs.unicamp.br/zero/981 (28/12/2019)

Sabia que se 23 pessoas forem escolhidas aleatoriamente, a chance de pelo menos duas delas terem a mesma data de aniversário é maior do que 50%?

Esse é um resultado muito famoso na matemática conhecido como Paradoxo do Aniversariante… entretanto sua explicação apesar de usar conceitos simples de probabilidade, não é algo muito intuitiva (já tentei explicar para vários colegas da matemática e acho que até hoje eles não entenderam o porquê deste resultado).

A primeira vez que este paradoxo nos é enunciado, imaginamos que para termos uma chance de duas ou mais pessoas fazerem aniversário no mesmo dia maior do que 50%, precisaremos de pelo menos 183 pessoas… entretanto é uma ideia bastante equivocada.

Faremos um passo a passo para entendermos o porque com apenas 23 pessoas já é possível chegar nesta probabilidade.

Caso 0: Escolhemos apenas uma pessoa. Chance de duas ou mais pessoas fazerem aniversário na mesma data, 0%, pois só existe uma pessoa.

Caso 1: Somamos uma pessoa ao Caso 0. Agora o calendário já está com um espacinho preenchido (devido ao Caso 0), então a chance dessa nova pessoa não fazer aniversário no mesmo dia que outra, é de 364/365.

Caso 2: Somamos uma pessoa ao Caso 1. Agora o calendário já está com dois espacinhos preenchidos (devido ao Caso 1), então a chance dessa nova pessoa não fazer aniversário no mesmo dia que outra, é de 363/365.

Caso 3: Somamos uma pessoa ao Caso 2. Agora o calendário já está com três espacinhos preenchidos (devido ao Caso 2), então a chance dessa nova pessoa não fazer aniversário no mesmo dia que outra, é de 362/365.

Caso 4: Somamos uma pessoa ao Caso 3. Agora o calendário já está com três espacinhos preenchidos (devido ao Caso 3), então a chance dessa nova pessoa não fazer aniversário no mesmo dia que outra, é de 361/365.

Contudo, observe que o resultado do Caso 2 depende do resultado negativo do Caso 1.

Da mesma forma que o resultado do Caso 3 depende do resultado negativo do Caso 2 que depende do resultado negativo do Caso 1.

Analogamente, o resultado do Caso 4 depende do resultado negativo do Caso 3, que depende do resultado negativo do Caso 2, que depende do resultado negativo do Caso 1.

Então, para que cheguemos no contexto do Caso N, precisamos que os N-1 Casos anteriores tenham obtido um resultado negativo.

Fazendo as contas, temos que:

Caso 1: (364/365) = 99,7%

Caso 2: (364/365).(363/365) = 99,1%

Caso 3: (364/365).(363/365).(362/365) = 98,3%

Caso 4: (364/365).(363/365).(362/365).(361/365) = 97,2%

…

Caso 22: (364/365).(363/365)…(345/365).(344/365) = 49,2%

Dessa forma, chegamos ao resultado de que com apenas 23 pessoas, a chance de que nenhuma delas faça aniversário na mesma data que uma outra, é de 49,2%.

Invertendo a proposição, a chance de que duas ou mais pessoas façam aniversários nas mesmas datas é de 50,8%.

O resultado é legal, porém já existem muitos livros, blogs e outros canais falando sobre este mesmo conceito e mostrando estes cálculos, por isso faremos algo mais divertido.

Calcularemos para cada um dos outros 7 planetas do nosso Sistema Solar, quantos extraterrestres precisamos escolher aleatoriamente para a chance de dois deles fazerem aniversário no mesmo dia (relativo àquele planeta) ser maior do que 50%.

MERCÚRIO: No período de translação de Mercúrio ao redor do Sol, o planeta faz um giro e meio ao redor do próprio eixo… ou seja, só existe um dia completo para cada Ano Mercuriano.

Dessa forma, todos os mercurianos fazem aniversário no mesmo dia.

VÊNUS: No período de translação de Vênus ao redor do Sol, o planeta não completa uma volta completa ao redor do próprio eixo… ou seja, os dias dos venusianos são maiores do que seus anos.

Ou seja, não existem aniversários em Vênus.

MARTE: No período de translação de Marte ao redor do Sol, o planeta faz 669 giros ao redor do próprio eixo… ou seja, existem 669 dias em cada ano marciano.

Repetindo o cálculo do problema do aniversário, descobrimos que se reunirmos 31 marcianos aleatoriamente, existe 50,5% de chance de pelo menos dois deles fazerem aniversário na mesma data (considerando o calendário marciano).

JÚPITER: No período de translação de Júpiter ao redor do Sol, o planeta faz 1.768 giros ao redor do próprio eixo… ou seja, existem 1.768 dias em cada ano jupiteriano.

Repetindo o cálculo do problema do aniversário, descobrimos que se reunirmos 50 jupiterianos aleatoriamente, existe 50,3% de chance de pelo menos dois deles fazerem aniversário na mesma data (considerando o calendário jupiteriano).

SATURNO: No período de translação de Saturno ao redor do Sol, o planeta faz 24.437 giros ao redor do próprio eixo… ou seja, existem 24.437 dias em cada ano saturniano.

Repetindo o cálculo do problema do aniversário, descobrimos que se reunirmos 113 saturnianos aleatoriamente, existe 50,3% de chance de pelo menos dois deles fazerem aniversário na mesma data (considerando o calendário saturniano).

URANO: No período de translação de Urano ao redor do Sol, o planeta faz 42.875 giros ao redor do próprio eixo… ou seja, existem 42.875 dias em cada ano uraniano.

Repetindo o cálculo do problema do aniversário, descobrimos que se reunirmos 245 uranianos aleatoriamente, existe 50,2% de chance de pelo menos dois deles fazerem aniversário na mesma data (considerando o calendário uraniano).

NETUNO: No período de translação de Netuno ao redor do Sol, o planeta faz 89.661 giros ao redor do próprio eixo… ou seja, existem 89.661 dias em cada ano netuniano.

Repetindo o cálculo do problema do aniversário, descobrimos que se reunirmos 353 netunianos aleatoriamente, existe 50,0% de chance de pelo menos dois deles fazerem aniversário na mesma data (considerando o calendário netuniano).

Sobre a Autora

EMANUELLY DE PAULA é Licenciada em Matemática pela USP, Especialista em Informática aplicada à Educação pelo IFRJ, Mestre e Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela UNESP e UNICAMP respectivamente. Atualmente é professora do IFRJ, campus Duque de Caxias e gerencia os Blogs Zero e M^3 desde suas fundações.

Outros Ebooks Publicados

M30: volume 1