

M<sup>30</sup>

VOLUME 5

Por

*EMANUELLY DE PAULA*

Copyright © 2023

[blogs.unicamp.br/zero](https://blogs.unicamp.br/zero)

[blogs.unicamp.br/m3](https://blogs.unicamp.br/m3)

# INTRODUÇÃO

M<sup>30</sup> é um projeto de Divulgação Científica de Matemática que incorpora na forma de Ebooks, os textos produzidos semestralmente pelos Blogs de Divulgação Científica de Matemática, Zero e M<sup>3</sup> (conhecido também como Matemática Multimídia), ambos vinculados ao projeto Blogs de Ciências da Unicamp ([blogs.unicamp.br](https://blogs.unicamp.br)).

O Blog Zero teve sua origem em 01 de junho de 2019, focado na intersecção da ludicidade com o formalismo matemático. Nessa dimensão ampla são perpassados tópicos muito diversos, desde discussões sobre gênero, política, animes, ensino, jogos, contos (até alquimia), mas sempre alicerçados em conhecimentos científicos e vistos sob a lente de conceitos relacionados à Matemática.

O Blog M<sup>3</sup> surge em 18 de junho de 2020 como uma forma de revisitar as experiências envolvidas na coleção Matemática Multimídia ([m3.ime.unicamp.br](https://m3.ime.unicamp.br)) que completava 10 anos e passava por uma atualização de seus conteúdos. Neste espaço colaborativo, professores e pesquisadores com quaisquer grau de experiência no uso da coleção Matemática Multimídia, podem compartilhar seus relatos e trazer ideias diferentes para combinar, associar ou reutilizar os recursos disponíveis.

# ÍNDICE

1. É mais fácil ganhar na Mega-Sena do que adivinhar o próximo termo da sequência numérica [2, 3, 5, 7, 11, ?].....	6
2. Uma história do movimento negaDOISnista.....	11
3. JoJo's Bizarre Adventure e a altura da árvore.....	18
4. Álgebra da pizza.....	22
5. Isso a resolução do ENEM não mostra! Questão 139-ENEM2019.....	26
6. Diferença na hora de abastecer seu carro.....	30
7. Desafios de facebook ganham página oficial da UNICAMP.....	34
8. A invencibilidade da tartaruga nas corridas!.....	38
9. D'Arby vs Jotaro.....	42
10. Engenharia de Software em Age of Mythology..	50
11. Integramamão tripla.....	57
12. Em xadrez infinito, seu rei sempre estará na mira de um bispo.....	68
13. O mais poderoso inator.....	73
14. Quando o teste da réguinha funcionaria?.....	79
15. Por que 4 Road Poneglyph podem não indicar exatamente a localização do One Piece?.....	85
16. Qual é o máximo de jogadas em um Jenga Gigante?.....	91
17. As chances da galinha segurar com o bico a machadada do Minotauro.....	95
18. Dilema do Prisioneiro e o Lockdown.....	98
19. Minha pesquisa: andadores para demonstrações de teoremas.....	103
20. Gráficos sensacionalistas.....	111
21. Caça ao vampiro no Expresso do Oriente.....	117

22. Cerco à última Besta de Gévaudan.....	127
23. A influência dos doutores em Sociologia no número de mortes por anticoagulantes.....	135
24. Ataque ao vampiro invasor.....	143
25. 31 receitas com 5 gelatinas.....	149
26. O curioso xadrez circular.....	155
27. Embate contra o Mestre da Casa de Bonecas.	164
28. Divulgação Científica de Teoria da Medida.....	171
29. A dificuldade de Taeko Okajima com divisão de frações: parte 1.....	177
30. A dificuldade de Taeko Okajima com divisão de frações: parte 2.....	183
31. A dificuldade de Taeko Okajima com divisão de frações: parte 3.....	190
32. A dificuldade de Taeko Okajima com divisão de frações: parte 4.....	194
33. A dificuldade de Taeko Okajima com divisão de frações: parte 5.....	199
Sobre a Autora.....	204

# 1. É MAIS FÁCIL GANHAR NA MEGA-SENA DO QUE ADIVINHAR O PRÓXIMO TERMO DA SEQUÊNCIA NUMÉRICA [2, 3, 5, 7, 11, ?]

[blogs.unicamp.br/zero/2513](https://blogs.unicamp.br/zero/2513) (04/01/2021)

Uma coisa que passei a detestar são aqueles ditos ‘desafios de lógica’ nos quais são dados alguns valores em sequência e te pedem para ‘descobrir’ qual o próximo.

Um exemplo bem popular no Brasil é esse:

2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ?

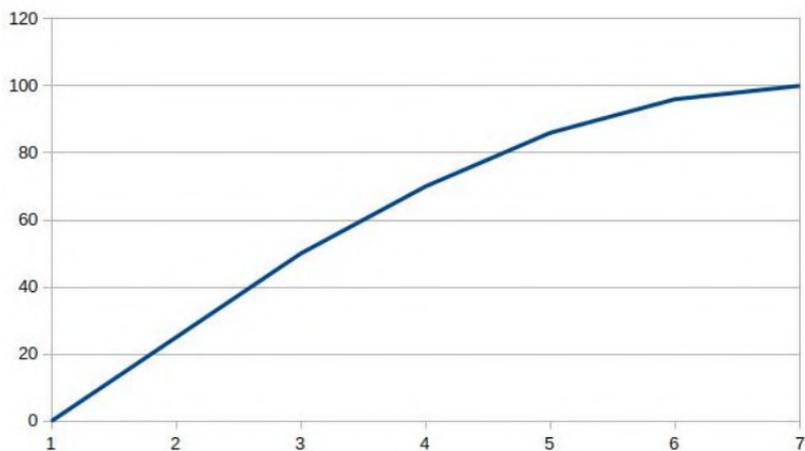
A resposta ‘certa’ para esse desafio seria 200, pois o ‘padrão’ esperado envolve os números Naturais que começam com a letra D.

O ponto é que sem uma regra por trás do funcionamento dessa sequência, adivinhar o próximo termo é menos do que improvável, e sim, impossível.

Do tipo, lhe dou sete termos de uma sequência e te desafio a encontrar o oitavo termo:

0, 25, 50, 70, 86, 96, 100, ?

Vou até plotar esses pontos num gráfico para ver se isso nos ajuda a ter alguma ideia.



É uma curva crescente, mas parece que o crescimento dela é maior no começo do que no final, pensando assim poderia chutar que a resposta seja algo entre 101 e 103.

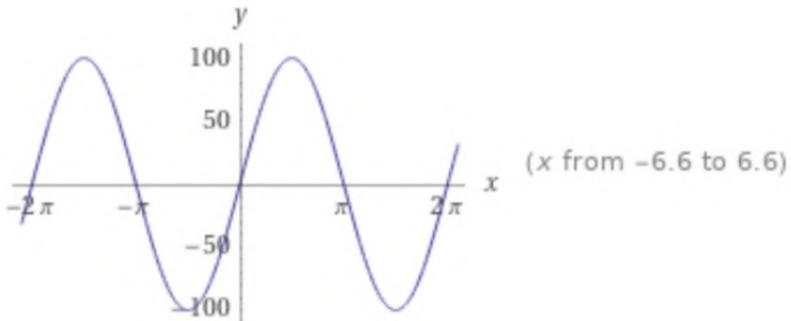
E certamente erraria, pois a resposta pensando no 'padrão correto' seria 96.

Afinal, essa é a função  $100 \cdot \sin(x)$  com  $x$  variando em intervalos de 15 graus.

Input:

$$100 \sin(x)$$

Plots:



Ou seja, após atingir 100, a função vai decrescer até chegar em -100.

Percebe como 'descobrir' esse padrão não é tão simples quanto dizem.

Outro exemplo legal, pensemos na seguinte sequência:

2, 3, 5, 7, 11

Ela se parece com a sequência dos números Primos.

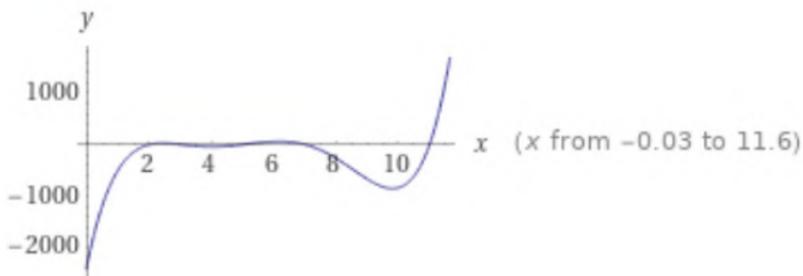
Mas também pode ser o conjunto das raízes do seguinte polinômio:

$$-2310 + 2927.x - 1358.x^2 + 288.x^3 - 28.x^4 + x^5$$

Input:

$$-2310 + 2927x - 1358x^2 + 288x^3 - 28x^4 + x^5$$

Plots:

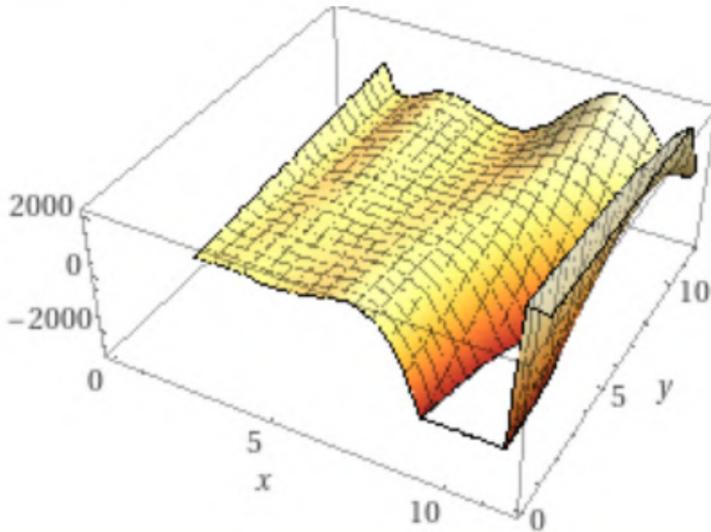


Se pensarmos que o desafio pede o próximo termo sem nos informar qual a 'função' que controla a sequência, ficamos em uma encruzilhada, afinal não dá para decidir se estamos considerando a sequência dos números Primos, que nesse caso o próximo termo seria 13, ou uma função polinomial de grau 6 com 6 raízes reais, o que implica na existência de não-enumeráveis soluções representadas como uma superfície no espaço tridimensional de todos os gráficos possíveis.

Input:

$$(x - 2)(x - 3)(x - 5)(x - 7)(x - 11)(x - y)$$

3D plot:



Ou de fato, qualquer outra função matemática (bizarra ou não) que intercepte pelo menos os 5 pontos conhecidos poderia ser dada como 'desafio'.

Isso é um tanto injusto até mesmo em um mundo onde as pessoas acreditam terem 'grandes chances' de ganhar na Mega-Sena.

Pois sua chance de ganhar na Mega-Sena com um bilhete simples que é de  $1/50.063.860$  (aproximadamente 0,000002%), e posso dizer, que sua chance de adivinhar o sexto termo dessa sequência é muito menor do que esse valor.

## 2. UMA HISTÓRIA DO MOVIMENTO NEGADOISNISTA

[blogs.unicamp.br/zero/2543/](https://blogs.unicamp.br/zero/2543/) (08/01/2021)

A algum tempo na cidade de Larkinstrongner na Alemanha, começaram grandes avanços nas Ciências Sociais.

Os pesquisadores dessas áreas estavam obtendo fortes resultados a partir de seus estudos e considerando deles algumas estratégias para políticas públicas eficazes para o desenvolvimento da população.

Nem todos os resultados eram do agrado dos pesquisadores ou seguiam a tendência que eles desejavam inicialmente, porém sua ética com a Ciência lhes fazia divulgar esses resultados com a maior integridade possível.

Contudo, os pesquisadores estavam tão focados em seu trabalho para o bem da sociedade, que consideravam ser mais benéfico trabalhar para a melhoria da sociedade, do que tentar explicar para a sociedade aquilo que eles estavam fazendo.

Essa forma de pensar seguia predominante, afinal suas investigações utilizavam pressupostos e teorias bem complexas para se explicar numa linguagem corriqueira.

Até mesmo os pesquisadores que tentavam fazer essa comunicação, acabavam mais assustando as

peessoas, pois pareciam falar de coisas absurdas, ou mesmo se passavam por loucos, cheios de termos, nomes, e dados que dificilmente eram entendidos, mas quanto mais o pesquisador tentava explicar, menos as pessoas se julgavam capazes de entender, e diziam que aquilo tudo era coisa de outro mundo.

E nessa tendência os estudos seguiram, a população não queria saber o que acontecia lá, e os pesquisadores queriam propor políticas públicas melhores para a população... parecia que nessa simbiose todos estavam ganhando, mesmo sem se entenderem.

Contudo, um grupo decide se opor ao atual governo da região, eles não tem um plano, não tem metas, seu objetivo era simplesmente derrubar o atual poder e assumí-lo.

Mas é claro que não poderiam dizer com essas palavras quais eram suas intenções, então começaram a incitar a dúvida na população, usar de metáforas e analogias para trazer insegurança sobre aquilo que os pesquisadores faziam.

E tomar de exceções, regras para invalidar seus resultados.

Com essas ações, eles batiam de frente contra as políticas públicas, e conseguiam convencer a população de que estavam perdendo com tudo aquilo, afinal todas as pesquisas ficaram centradas

na ideia de coletivos, quando ‘a verdade é óbvia’, não existem coletivos.

Diziam que os cientistas trabalhavam em cima de uma mentira, afinal eles tiravam conclusões sobre pessoas inventadas, afinal, cada pessoa é única, não pode ser generalizada, cada um deveria ser tratado como um ser unitário, e não como um conjunto.

Ainda que estranha, essa ideia era reforçada a partir de ‘histórias’ sobre exceções, sobre exemplos com que as pesquisas não funcionaram, sobre casos nos quais esses resultados se mostraram ‘mentirosos’, e assim ignorando todo o conceito de fazer-se ciência.

O movimento cresceu e foi aos poucos pressionando a gestão pública, as universidades começaram a ser intimidadas, os pesquisadores se viram em um contexto de medo.

Se esforçaram para não mencionar grupos nos seus estudos, tentavam ampliar a forma de trabalho para analisar cada indivíduo como um caso único, e com isso as generalizações que possibilitaram seus resultados aplicáveis, foram diminuindo.

As políticas públicas fomentadas pelas pesquisas foram se enfraquecendo e o movimento que negava a existência de nada além da unicidade de pessoas foi crescendo.

Muitas famílias aderiram a esse pensamento, afinal, não dá para comparar seus filhos, nem considerá-los iguais aos dos vizinhos, quanto mais compará-los

com filhos de desconhecidos, um absurdo, eles são cada um, um ser único.

A força desse movimento de negar o estudo humano como grupos foi crescendo, e seus apoiadores foram se tornando mais hostis nos argumentos.

Eles pressionavam cortes nas pesquisas, justificando a falta de resultados realmente importantes, diziam que os pesquisadores não trabalhavam de verdade, e sustentam suas mentiras baseadas na ideia de coletivos humanos, apenas para se alimentar dos impostos.

As mobilizações foram tão intensas a ponto desse grupo atingir seus objetivos, alcançando o poder acompanhado de multidões que os idolatram como aqueles que os salvaram das garras dos pesquisadores e do antigo governo que lhes forçava a pagar seus custos de vida e suas pesquisas sem sentido.

Após vários anos no poder, esse grupo quase não trouxe melhorias à população, mas associavam regularmente suas ações como positivas dados os benefícios de considerar cada pessoa como única.

O tempo passou, e as gestões foram mudando, a história do que ocorreu lá atrás já não era mais tão vívida nas pessoas, elas sabiam que algo tinha sido feito, que elas haviam vencido uma dura batalha, mas não se lembravam ao certo o que, e nem conseguiam

dizer o que conquistaram com tudo aquilo, mas sabiam que era bom.

Novas gerações foram surgindo, e velhas pesquisas foram retomadas com cautela, guardando uma lição aprendida pelos mais velhos e passada aos que começavam essa jornada.

Levar o conhecimento do que ocorre na universidade para a população, não é gastar tempo, é um investimento na Ciência.

Uma forma de evitar que falácias se espalhem, e que novos movimentos baseados em argumentos fracos ou falsos, cresçam novamente e que levem lideranças sem planejamento algum ao poder.

**Essa é uma história totalmente inventada, a tal cidade mencionada nem existe.**

O motivo de trazer essa história inventada nesse blog de matemática, é discutir a importância das quantidades.

Números são invenções, duas bananas serão sempre diferentes, podemos chamá-las de B1 e B2, e qualquer terceira banana (B3) será diferente de B1 e B2.

Pois se olharmos de forma suficientemente ampliada qualquer objeto, veremos que de fato ele é algo único, seus átomos estão arranjados de forma que se

diferenciam em algum aspecto um do outro. Quanto mais se tratando de pessoas, quaisquer duas pessoas serão sempre duas unidades diferentes, P1 e P2, não podemos dizer que são iguais para querer analisá-las em conjunto sem que isso tenha alguma perda.

Quanto mais analisar milhões de pessoas?

Isso tem um custo, tem uma série de dados que serão perdidos para aderir a um modelo simplificado de ser humano.

Contudo, pensar nas pessoas dentro de grupos traz um potencial de generalizar os dados do estudo maior do que quando pensamos em cada indivíduo como um caso particular.

Por exemplo, nos questionários socioeconômicos do ENEM, temos milhões de concluintes do Ensino Médio todo ano respondendo-os, analisar isso de forma individual, considerando cada estudante como um ser único é por um lado coerente, contudo inviável.

Uma análise ignorando vários aspectos do indivíduo para considerá-los dentro de grupos, permite chegar em resultados que nos fazem pensar sobre vários assuntos, como por exemplo a influência da formação dos pais no desempenho do estudante.

Ao pensarmos em um grupo, pensamos em um perfil de ser humano imaginário, mas cuja conclusão que

atingirmos a esse indivíduo imaginário deve atingir parte dos integrantes daquele grupo.

Haverão sempre exceções, esse é um preço a se pagar por generalizações, porém tal forma de pensar nos possibilita propor mudanças maiores, pensar em formas de gestões e de políticas públicas.

### 3. JoJo's BIZARRE ADVENTURE E A ALTURA DA ÁRVORE

[blogs.unicamp.br/m3/381](https://blogs.unicamp.br/m3/381) (09/01/2021)

No capítulo 430 do mangá JoJo's Bizarre Adventure, o vilão Kira utiliza uma 'técnica especial' para descobrir a distância exata entre ele e seu alvo (Josuke).



Imagem extraída do mangá JoJo's Bizarre Adventure Parte 4, capítulo 430, página 3 (acessado em <https://mangaowl.net/single/51101/diamond-wa-kudakenai>)

Kira sabe que a altura de Josuke (seu alvo) é 180 cm, conhece também o comprimento do seu próprio braço (65 cm) e de seu dedo indicador (9 cm).

Com essas informações, cobrindo Josuke de seu campo visual com o dedo indicador, forma então dois triângulos retângulos semelhantes.

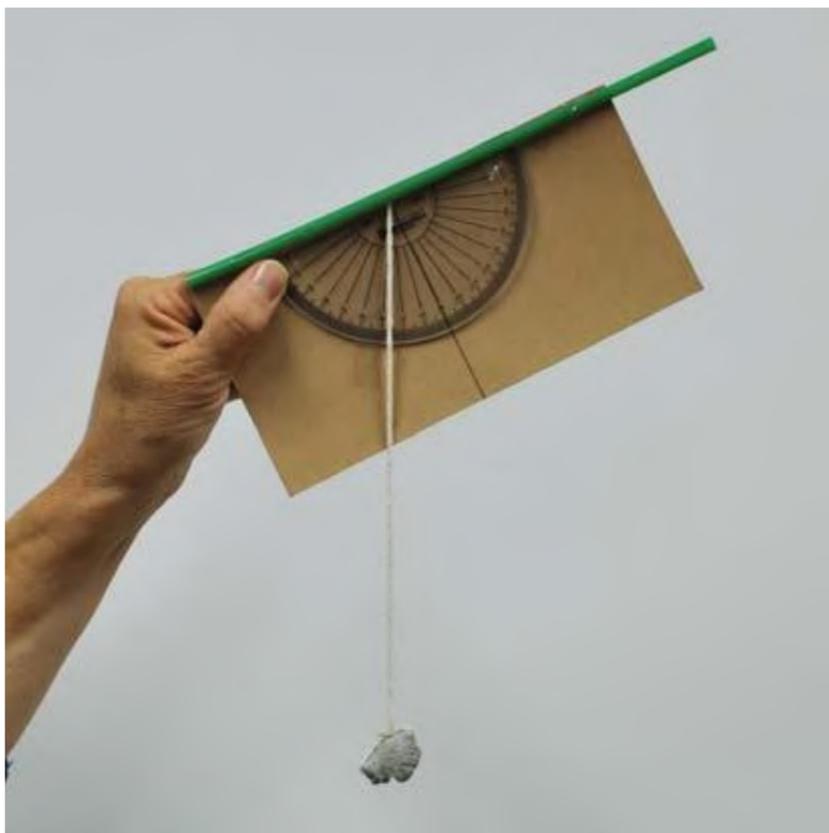
Assim, consegue determinar a distância entre seu olho e Josuke (13 metros).

Apesar desse mangá ser cheio de poderes e coisas sobrenaturais, como Vampiros, Hamon, Stands, essa 'técnica especial' usada por Kira, não é nada além da conservação das razões entre os lados de triângulos equivalentes.

Ou seja, se a distância do olho até o dedo tem 65 cm, e altura 9 cm (altura do dedo), então 65 cm dividido por 9 cm, deve ser igual a distância do olho até o Josuke dividido pela altura do Josuke (180 cm).

Com isso chegamos que  $180 \cdot 65 / 9$  cm é a distância do olho até o Josuke.

Contudo, existem outras técnicas bem simples mas com grande potencial para medir alturas de objetos difíceis de se usar uma régua ou trena, como por exemplo, árvores.



## Teodolito

Para medir alturas de árvores, podemos construir um teodolito como na figura acima, é uma tarefa bastante simples, já construí com alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental.

Todos os detalhes para explorar uma atividade com esse instrumento e fazer bom uso desse recurso, pode ser encontrada no repositório do M<sup>3</sup> no experimento [A altura da árvore](#).

Esse curioso instrumento é utilizado pelo personagem Senku no mangá Dr. Stone, capítulo 7, que busca reconstruir a tecnologia de nossa civilização, a partir de uma na Era da Pedra Lascada, tudo isso no menor tempo possível.



Imagem extraída do manga Dr. Stone, capítulo 7, página 3 (acessado em <https://drstone.online/manga/dr-stone-chapter-7/>)

Se ficou interessado neste tema, no repositório do M<sup>3</sup> temos um material muito legal para trabalhar vários experimentos com essa ferramenta.

Estes e muitos outros materiais podem ser encontrados no repositório do M<sup>3</sup>, mas para facilitar sua busca, abaixo está o link deste material em específico.

<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/994>

## 4. ÁLGEBRA DA PIZZA

[blogs.unicamp.br/zero/2586](https://blogs.unicamp.br/zero/2586) (29/01/2021)

Recentemente tenho visto várias discussões na internet sobre a relação do diâmetro de uma pizza compensar mais do que outra menor, e argumentações contrárias discutindo sobre o efeito do tamanho não se aplicar só ao recheio (ou cobertura, dependendo de como você enxerga uma pizza), mas também à quantidade de borda que ela tem (o que muitas pessoas frescas não comem).

A forma mais rápida de resolver esse problema é determinando uma fórmula a partir das variáveis raio (ou diâmetro), largura da borda e preço.

Raio =  $r$ ;

Largura da borda =  $b$ ;

Assim, o recheio da pizza será dado pela expressão:

$$\pi \cdot (r-b)^2$$

Para melhorar nossa análise, vamos tomar um cardápio de uma pizza qualquer que tenha anunciado seus diâmetros.



Imagem obtida em <https://www.ezimonteiro.com.br/review-pizzaria-fragat-a-porto-alegre/>

Nessa distribuição, temos:

Pizzas Médias: 30 cm de diâmetro;

Pizzas Grandes: 35 cm de diâmetro;

Pizzas Família: 42cm de diâmetro.

A quantidade de recheio em cada uma delas será:

Pizzas Médias:  $\pi \cdot (15-b)^2$

Pizzas Grandes:  $\pi \cdot (17,5-b)^2$

Pizzas Família:  $\pi \cdot (21-b)^2$

Veja que mantivemos o tamanho da borda como indefinido, pois não queremos chegar em um resultado tão “bobinho”.

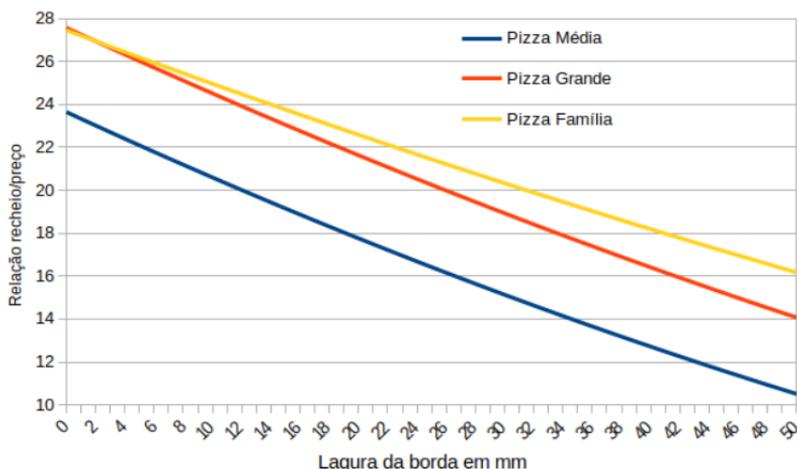
Vamos primeiro analisar a proporção do seu recheio (ou cobertura) pelo preço, ignorando a opção de pizza grande com 3 ou 4 sabores.

Pizzas Médias:  $\pi \cdot (15-b)^2 / 29,90$

Pizzas Grandes:  $\pi \cdot (17,5-b)^2 / 34,90$

Pizzas Família:  $\pi \cdot (21-b)^2 / 52,90$

Supondo então uma variação da largura da borda da pizza entre 0 e 50mm (supor uma pizza com mais de 50mm de largura de borda já é pegar pesado até para esse blog), podemos observar como o custo benefício das pizzas varia, ou seja, a quantidade de recheio (em área) dividido pelo preço da pizza.



Vemos sutilmente que a Pizza Grande apenas terá custo benefício melhor que a Pizza Família, no caso de supormos uma pizza sem borda (ou se você considera a borda tão gostosa quanto o recheio).

Nos demais casos, as curvas se afastam, fazendo com que a pizza tamanho família tenha um custo benefício cada vez melhor em comparação com as outras pizzas.

Esse raciocínio segue análogo para outros cardápios, bastando substituir os raios e os preços.

Espero que isso lhes ajude a decidir qual tamanho de pizza compensa mais na próxima vez que forem fazer uma pizzada.

## 5. ISSO A RESOLUÇÃO DO ENEM NÃO MOSTRA! QUESTÃO 139-ENEM2019

[blogs.unicamp.br/zero/2595](https://blogs.unicamp.br/zero/2595) (31/01/2021)

Após o ENEM chovem sites postando a resolução das questões, e todo mundo quer saber, qual é era a resposta certa... então, a resposta certa é legal de acertar e tal, mas aqui vamos por um viés mais divertido.

O que tinha nas alternativas erradas que poderiam fazer alguém achar que estavam certas?

Abaixo temos a questão número 139 do caderno amarelo do ano de 2019.

Disponível no site do [INEP \(clique aqui\)](https://inep.gov.br/).

### Questão 139

Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

**PINE**

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.



Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo.

A sombra projetada no solo é

A



B



C



D



E



Na resolução oficial a alternativa correta é a letra E.

Vamos começar analisando a alternativa B:

Ela parece ter sido pensada para quem imagina a palavra PINE como um carimbo, no qual passaram tinta na parte superior da palavra e deram uma prensada no chão.

Pois o primeiro espaço se assemelha à parte de cima da letra P, o espaço seguinte, à parte de cima da letra I, os dois espaços seguintes às partes de cima da letra N com o vão entre elas, e depois ao espaço da parte de cima da letra E.

Agora vamos olhar para a alternativa C:

Ela parece ter sido pensada com a finalidade de ser escolhida por distração, pois tirando a sombra da letra P, as demais sombras são condizentes com as apresentadas na figura.

A sombra da letra P contudo pega somente a parte de baixo da letra, um espacinho, ignorando que a parte de cima da letra vá contribuir para que sua sombra seja um espaço.

Agora vamos olhar para a alternativa D:

Ela parece a oposta do raciocínio imaginado na alternativa B, na qual a pessoa pensa na palavra PINE como um carimbo, passa tinta na sua parte inferior e prensa no chão.

Pois o primeiro espacinho se assemelha a parte de baixo da letra P, depois tem um vão, seguido de outro

espacinho que seria a parte de baixo da letra I, depois dois espacinhos separados por um vão, que seriam as partes de baixo da letra N, e por fim, um espaço que seria a parte de baixo da letra E.

Terminamos?

Ainda não, pois pulamos a alternativa A.

Temos do enunciado que o espaçamento entre todas as letras adjacentes é o mesmo.

Mas não há informação no enunciado de quanto seja essa medida de espaçamento.

Se as letras estivessem encostadas umas nas outras, o espaçamento nesse caso seria 0, ainda assim teríamos o mesmo espaçamento entre as letras adjacentes.



Agora, observando a figura acima, na qual (vamos imaginar que) o espaçamento entre elas é 0.

A sombra gerada no solo seria a alternativa A.

Na qual temos a sombra totalmente preenchida.

Nesse ponto de vista, a alternativa A também estaria correta, pois o enunciado da questão não pede para

nos embasarmos no espaçamento mostrado na sua representação visual (embora pelo fato de só admitir uma alternativa como a certa, isso é implicitamente exigido).

Espero que tenha gostado dessa análise, pois acredito que entender porque determinada alternativa era a certa, é de fato importante para obter um bom resultado nesse exame.

Mas entender como as outras alternativas foram feitas para que os candidatos tenham dúvida de qual escolher, é um ótimo exercício para quem quer se prevenir de algumas “armadilhas implícitas” como a da Alternativa A também poder ser considerada certa.

## 6. DIFERENÇA NA HORA DE ABASTECER SEU CARRO

[blogs.unicamp.br/zero/2609](https://blogs.unicamp.br/zero/2609) (08/02/2021)

Tenho 29 anos e não tirei minha CHN até hoje 😊 mas estava analisando a busca dos motoristas por postos de combustíveis mais baratos e percebi que há uma “ilusão de benefício” nesse pensamento.

Vamos a um caso, você mora no centro da cidade e tem um posto ao lado da sua casa vendendo gasolina comum à X\$ e outro posto do outro lado da cidade vendendo gasolina comum à Y\$, sendo  $Y < X$ .

Aí fica a pergunta, tudo bem que um posto seja mais barato que o outro, mas qual é a diferença na prática?

Suponha que seu tanque de combustível tinha Z litros de capacidade e que desses Z litros, você encha uma fração K que varia de 0 a 100%.

Posto perto de sua casa:  $Z.K.X$

Posto do outro lado da cidade:  $Z.K.Y$

Diferença de encher o carro nos dois postos:  $Z.K.X - Z.K.Y = Z.K.(X - Y)$

Z é um valor fixo que depende do volume do seu tanque enquanto K depende da sua intenção de encher e o quanto há de espaço livre para ser preenchido.

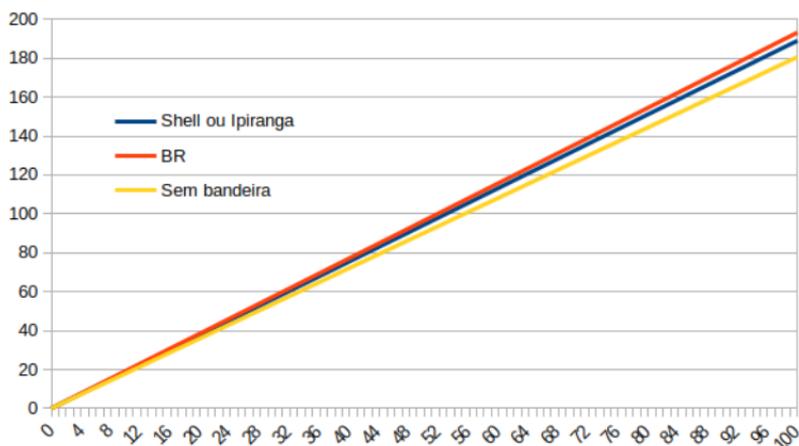
Tomando como exemplo um Ford Fiesta 1.0 ano 1997, seu tanque segundo a ficha técnica, é de 42 litros, temos a expressão:

$$42.K.(X - Y)$$

O total a ser preenchido do tanque varia entre 0 e 100%, então, podemos reescrever a expressão como um par de desigualdades, do lado esquerdo o caso do tanque já estar cheio, logo não há nada a colocar de gasolina, e do lado direito o caso do tanque estar completamente vazio, no qual precisaríamos colocar 42 litros de gasolina:

$$42.0.(X - Y) = 0 \leq 42.K.(X - Y) \leq 42.(X - Y)$$

Tomando por exemplo o preço da gasolina comum em Campinas, conforme noticiado no dia 6 de fevereiro pela CNB Campinas, que nos postos Shell e Ipiranga estão na faixa de 4,50\$, nos postos BR estão na faixa de 4,60\$ e nos postos sem bandeira, estão na faixa de 4,30\$.



Vemos no gráfico acima que a diferença é bem pequena independente da escolha.

Por exemplo, para encher metade do tanque (21 litros), temos que no posto Shell/Ipiranga isso sairia 94,5\$, no posto BR sairia 96,6\$ e nos postos sem bandeira sairia 90,3\$.

Diferenças de respectivamente 4,20\$ entre abastecer no Shell/Ipiranga e num posto sem bandeira, e diferença de 2,10\$ entre abastecer no Shell/Ipiranga e no posto BR, e diferença de 6,30\$ entre abastecer no posto BR e nos postos sem bandeira.

Mesmo no caso de encher o tanque (42 litros), teríamos que no posto Shell/Ipiranga isso sairia 189,00\$, no posto BR sairia 193,20\$ e nos postos sem bandeira sairia 180,60\$.

Diferenças de respectivamente 8,40\$ entre abastecer no Shell/Ipiranga e num posto sem bandeira, e diferença de 4,20\$ entre abastecer no Shell/Ipiranga e no posto BR, e diferença de 12,60\$ entre abastecer no posto BR e nos postos sem bandeira.

Com isso, vemos que o impacto dessa diferença começa a ser mais relevante quando pensamos em um valor maior de K (porcentagem do tanque a ser enchido).

Em casos de viajar, ou mesmo de usar o carro para trabalho, essa diferença pode equivaler no exemplo mencionado a quase 7% do tanque de um Ford Fiesta 1.0 ano 1997.

Contudo, nos casos em que K é muito pequeno, ou seja, quando o tanque encontra-se quase cheio ou só desejasse abastecer para um passeio curto, a diferença entre postos é mínima.

Por exemplo, encher 10% do tanque (4,2 litros), teríamos no posto Shell/Ipiranga 18,90\$, no posto BR 19,32\$ e nos postos sem bandeira 18,06\$.

Diferenças de respectivamente 0,84\$ entre abastecer no Shell/Ipiranga e num posto sem bandeira, e diferença de 0,42\$ entre abastecer no Shell/Ipiranga e no posto BR, e diferença de 1,26\$ entre abastecer no posto BR e nos postos sem bandeira.

Assim, antes de cruzar a cidade para encher o seu carro, veja o quanto será o valor de K para entender quanto essa diferença lhe dará de economia (ou custará em tempo e dor de cabeça).

## 7. DESAFIOS DE FACEBOOK GANHAM

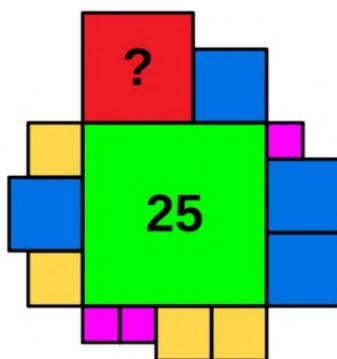
### PÁGINA OFICIAL DA UNICAMP

[blogs.unicamp.br/zero/2613](https://blogs.unicamp.br/zero/2613) (09/02/2021)

As pessoas costumam dizer que não gostam de Matemática, que é uma área complexa e difícil, porém quando a Matemática surge na forma de desafios coloridos e com enunciado simplificado a partir de formas coloridas, muitos de nós ficamos tentados a resolver, né?

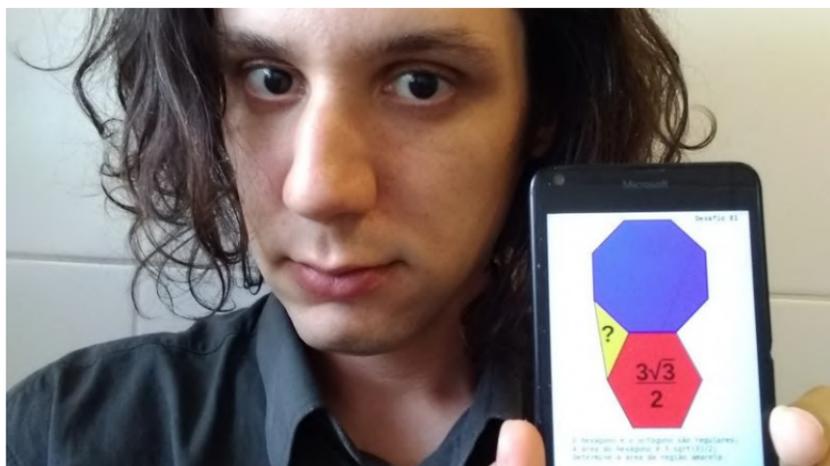
No exemplo abaixo, temos do lado esquerdo um sistema de 4 equações com 4 incógnitas, e do lado direito exatamente o mesmo problema, mas organizado no enunciado: o quadrado verde tem área 25, encontre a área do quadrado vermelho.

$$\begin{aligned}1.V + 1.Z + 0.R + 0.A &= 5 \\0.V + 2.Z + 1.R + 0.A &= 5 \\0.V + 0.Z + 2.R + 2.A &= 5 \\0.V + 1.Z + 0.R + 2.A &= 5\end{aligned}$$



Na intenção de promover essas discussões à comunidades externas, a licenciada em matemática Emanuely de Paula com apoio do professor da Unicamp Ricardo Miranda Martins inauguram essa semana uma página oficial da instituição voltada para que as pessoas “encontrem um desafio aleatório”

desse formato e tenham um acesso facilitado à sua resolução.



[desafio.ime.unicamp.br/](http://desafio.ime.unicamp.br/)

Como mostra o autor, essa página abre ao acaso um dos seus desafios (imagem à esquerda) e com um simples toque na tela ou clique de mouse sobre o desafio, abrimos imediatamente sua resolução (imagem à direita).

20:12 20:12

desafio.ime.unicamp.br

Desafio 81

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

O hexágono e o octógono são regulares;  
 A área do hexágono é  $3\sqrt{3}/2$ ;  
 Determine a área da região amarela.

20:12 20:12

desafio.ime.unicamp.br/

Desafio 81

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

O hexágono e o octógono são regulares;  
 A área do hexágono é  $3\sqrt{3}/2$ ;  
 Determine a área da região amarela.

**Resolução:**  
 Vamos chamar de  $L$  o lado do hexágono.  
 Assim, o apótema do hexágono será  $L\sqrt{3}/2$   
 E a área do hexágono será  $3\sqrt{3}/2 \cdot L^2/2$

A ideia dessa proposta, é que as pessoas possam tomar desafios ao acaso para praticarem suas habilidades matemáticas como forma de exercício ou até entretenimento, como já ocorre no grupo no qual esse trabalho começou.

acho q agora foi ... Mas vou deixar o antigo pra servir de exemplo como não errar rs

\*desafio matematico - Bloco de

Arquivo Editar Formatar Exibir

$$\begin{aligned}r &= 3,5 \\cv &= \pi * ab \\cv &= 3,1415 * 4 * 3,5 \\cv &= 43,98\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}arx &= 7*8 \\arx &= 56\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R &= (arx - cv)/4 \\R &= (56 - 43,98)/4 \\R &= 12,02 / 4 \\R &= 3,005\end{aligned}$$



Eu fiz a conta de cabeça aqui e deu raiz de 4 sobre 2. Ai vim nos comentário e todo mundo falando que deu 1 e eu to tipo: uai ???

Demorou uns 30 segundos pra cair minha ficha.

Adoro · Responder · 3 d



Tô gostando desses posts que mesmo não sabendo das contas da pra fazer mais ou menos no olho. Até nem me sinto uma falha em exatas



Coragem · Responder · 1 sem

Recortes de comentários desses desafios lançados no grupo do facebook.

## 8. A INVENCIBILIDADE DA TARTARUGA NAS CORRIDAS!

[blogs.unicamp.br/m3/416](https://blogs.unicamp.br/m3/416) (21/02/2021)

Imagine uma tartaruga correndo a 1 m/s contra um coelho correndo a 10 m/s.

A diferença é que ela se encontra a 1 m da chegada e o coelho se encontra a 10 m.

Quando ambos começarem a correr, quem vencerá?

A tartaruga corre a 1m/s, então em 1 segundo ela terminará a corrida.

Porém, o coelho corre a 10m/s, então em 1 segundo ele também terminará a corrida.

A questão é, quem vencerá?

Parece que os dois completarão a corrida ao mesmo tempo, porém a tartaruga estará sempre na frente do coelho por todo o percurso.

Para entender melhor isso, faremos alguns cálculos do quão próximos da chegada cada um estará no decorrer da corrida.

0,1 segundos: coelho a 9,0 m, tartaruga a 0,9 m

0,2 segundos: coelho a 8,0 m, tartaruga a 0,8 m

...

0,9 segundos: coelho a 1,0 m, tartaruga a 0,1 m

...

0,91 segundos: coelho a 0,90 m, tartaruga a 0,09 m

0,92 segundos: coelho a 0,80 m, tartaruga a 0,08 m

...

0,99 segundos: coelho a 0,10 m, tartaruga a 0,01 m

0,991 segundos: coelho a 0,090 m, tartaruga a 0,009 m

0,992 segundos: coelho a 0,080 m, tartaruga a 0,008 m

...

0,999 segundos: coelho a 0,010 m, tartaruga a 0,0001 m

Assim, embora o coelho seja mais rápido que a tartaruga, durante toda a corrida a tartaruga esteve sempre 10 vezes mais próxima da chegada que ele, inclusive na ocasião que ela completou a corrida, quando a distância restante para ambos era de 0m.

Com isso, a tartaruga estará sempre em "1º lugar" durante a corrida.

Podemos aproximar o tanto quanto quisermos da linha de chegada, que ela sempre estará 10x mais perto dela do que o coelho.

Apenas na ocasião em que chegar na linha, é que tanto ela quanto o coelho se encontrarão na mesma posição.

Ou seja, em qualquer fração que escolhermos antes do momento exato de chegar na linha de chegada, a tartaruga será a vencedora.

O mesmo modelo pode ser reproduzido para outros oponentes.

Por exemplo, um carro de Fórmula 1 que se move a 80 m/s distante 80 metros da linha de chegada contra a tartaruga que está a 1 metro da linha de chegada.

Nesse mesmo contexto, a tartaruga sempre estará na frente do carro de Fórmula 1.

Ambos só estarão na mesma posição no exato instante em que chegarem na linha de chegada, mas para qualquer fração de tempo anterior a esse momento, a tartaruga estará em 1º lugar.

Esse tema é também discutido no material do repositório Matemática Multimídia, a partir do vídeo “À espera da meia-noite“, onde o segurança Claudemir está à espera do fim do seu horário de trabalho, quando entregará o turno para o seu companheiro Adilson.

Entretanto, parece que a espera vai demorar infinitamente.

<https://youtu.be/j9Hg5Fx6zO4>

No repositório do M<sup>3</sup> há um guia para o professor se orientar nesse assunto, pois embora pareça um pouco avançado, ao calcularmos funções de uma variável contínuas nos números Reais (ou seja, sem buracos), estamos assumindo que podemos todos os pontos dessa função esteja infinitamente próximos uns dos outros, que é impossível acharmos qualquer buraquinho nesse gráfico.

Abaixo, por uma questão de facilidade, disponibilizo o link para o repositório.

<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1041>

## 9. D'ARBY VS JOTARO

[blogs.unicamp.br/zero/2645](https://blogs.unicamp.br/zero/2645) (22/02/2021)

No episódio 35, de JoJo No Kimyou Na Bouken: Stardust Crusaders (2014), intitulado “D’Arby, o Apostador – Parte 2”, o protagonista Jotaro (na imagem abaixo à esquerda) enfrenta D’Arby (na imagem abaixo à direita) em uma aposta de poker clássico valendo almas.



Cena extraída do respectivo episódio (localizada no site <https://animesonline.cc>)

Resumo da partida:

A alma de cada pessoa vale 6 fichas, e D’Arby tem 12 fichas (pois capturou a alma de Joseph e Polnareff, dois companheiros de Jotaro).

D’Arby além de ser um excelente jogador, ele teve o cuidado de que todas as pessoas no recinto e aos arredores, trabalhassem para ele.

Assim, não importando quem Jotaro escolhesse para dar as cartas, essa pessoa viria a embaralhar de modo a favorecer D'Arby.

Jotaro por outro lado tem o poder do "Star Platinum", uma entidade de energia com muita força física, velocidade e percepção.

Primeira rodada: Jotaro e D'Arby apostam cada um três fichas de alma (Jotaro tem 6 referentes à sua própria alma).

Jotaro acredita ter uma mão boa, mas é apenas o que D'Arby queria que ele pensasse, e então Jotaro perde por uma pequena diferença (essa rodada não nos interessa muito, por isso vamos logo para a próxima).

Segunda rodada: D'Arby começa com {3 de paus; K de paus; K de ouros; K de copas; 5 de espadas}, descarta o {3 de paus} e recebe uma nova carta {K de espadas}.

Enquanto Jotaro sequer olha as cartas que recebeu e de imediato aumenta a aposta para 9 fichas, colocando além das 3 restantes referentes à sua alma, 6 fichas referentes a alma de seu companheiro Avdol.

D'Arby fica intimidado com a frieza de Jotaro, e tenta quebrar sua seriedade aumentando a aposta para 12 fichas (as duas almas completas de seus companheiros) e alegando que Jotaro pode cobrir a aposta se colocar em jogo a alma de seu

companheiro Kakyoin, que está no hospital. Jotaro iguala a aposta em 12 fichas colocando metade das fichas da alma de Kakyoin sem hesitar.

Jotaro então aumenta a aposta colocando a outra metade das fichas da alma de Kakyoin e 6 fichas representando a alma de sua mãe Holy, indo para 21 fichas.

Exigindo que D'Arby para nivelar a aposta, coloque em jogo algo do mesmo valor de 9 fichas, mais precisamente, o segredo por trás do poder do grande vilão desse anime, Dio Brando.

D'Arby não tem coragem de colocar em jogo o segredo sobre o poder de Dio Brando, e desmorona no meio da partida.

A pergunta por trás desse post e que levou a ruína de D'Arby, quais as chances de Jotaro vencer?

Para entender isso, precisamos ver um pouco de probabilidade e regras de poker.

D'Arby tinha em mãos 4 K e um 5 de espadas, e descartou um 3 de paus.

Ou seja, das 52 cartas do baralho, Jotaro poderia ter 5 das 46 que não passaram pelas mãos de D'Arby.

Uma quadra no poker só perde para uma quadra de maior valor (nesse caso, apenas uma quadra de A's), um straight flush ou um royal straight flush.

Para nós nesse post, o straight flush e o royal straight serão equivalentes, ambas são sequências de 5 cartas do mesmo naipe e números ou letras consecutivos nessa ordem: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, A.

D'Arby sabe que Jotaro não tem as cartas K, nem 3 de paus, nem 5 de espadas.

Assim, as combinações possíveis que levariam Jotaro a vitória, seriam (vou chamar Paus de P, Espadas de E, Ouros de O e Copas de C para facilitar as notações).

6E+7E+8E+9E+10E

7E+8E+9E+10E+JE

8E+9E+10E+JE+QE

4P+5P+6P+7P+8P

5P+6P+7P+8P+9P

6P+7P+8P+9P+10P

7P+8P+9P+10P+JP

8P+9P+10P+JP+QP

2C+3C+4C+5C+6C

3C+4C+5C+6C+7C

4C+5C+6C+7C+8C

5C+6C+7C+8C+9C

6C+7C+8C+9C+10C

7C+8C+9C+10C+JC

8C+9C+10C+JC+QC

2O+3O+4O+5O+6O

3O+4O+5O+6O+7O

4O+5O+6O+7O+8O

5O+6O+7O+8O+9O

6O+7O+8O+9O+10O

7O+8O+9O+10O+JO

8O+9O+10O+JO+QO

AP+AE+AO+AC+qualquer-carta

Ou seja, 22 possibilidades de um straight e 42 possibilidades de uma quadra de A (pois fixando os 4 A's, podemos variar ainda as 42 cartas desconhecidas por D'Arby).

Isso totaliza 64 possibilidades de vitória para o Jotaro.

Agora vamos calcular de quantas maneiras podemos pegar 5 cartas de 46, ou seja, nossa função matemática "46 choose 5". Isso faz  $46!/(5!41!) = 1.370.754$ .

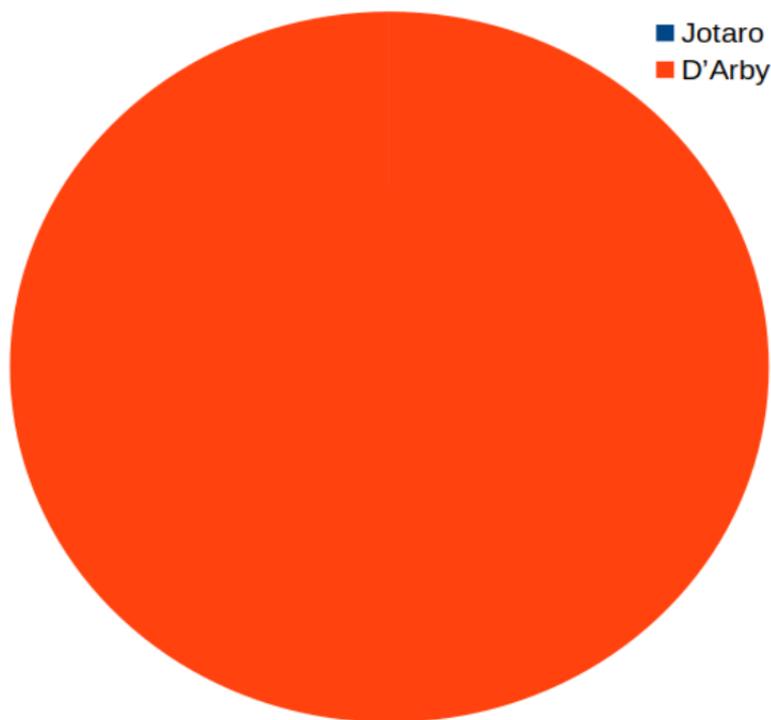
Dessas 1.370.754 de possibilidades, em apenas 64 Jotaro venceria.

Isso dá a Jotaro uma chance de vitória de aproximadamente 0,004%.

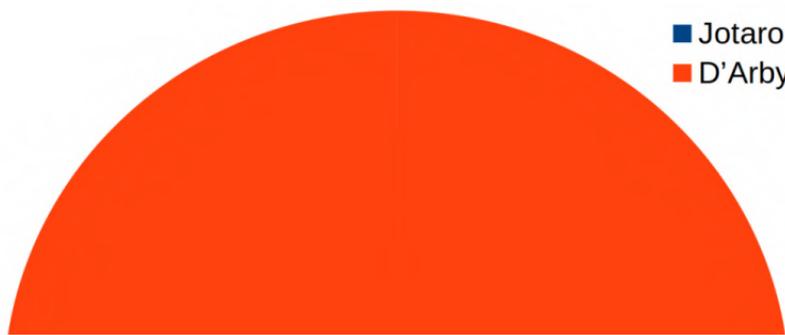
Ou seja, a chance de D'Arby vencer, era de aproximadamente 99,996%.

Contudo, a frieza de Jotaro e o temor que D'Arby tem de sofrer as consequências por contar os segredos de Dio Brando, o fizeram recuar diante uma margem tão grande de vitória.

Para ter ideia do que é essa margem de vitória para Jotaro, coloquei num gráfico de setores.

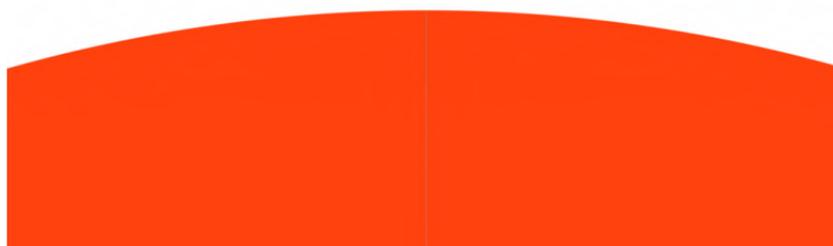


O setor azul é a chance de Jotaro vencer, você consegue ver?



■ Jotaro  
■ D'Arby

E agora, consegue ver o setor azul?



E agora?



Agora sim... era essa a chance de Jotaro vencer com suas cartas.

## 10. ENGENHARIA DE SOFTWARE EM AGE OF MYTHOLOGY

[blogs.unicamp.br/zero/2659](https://blogs.unicamp.br/zero/2659) (23/02/2021)

Age of Mythology (também conhecido como AoM), é um jogo de computador de estratégia em tempo real baseado em mitologia produzido pela Ensemble Studios e distribuído pela Microsoft Game Studios.

De forma geral, envolve administrar recursos e guerrear, uma estrutura bem parecida com a franquia Age of Empires.

Mas e aí, onde entra a Engenharia de Software?

Engenharia de Software é uma área da engenharia e da computação voltada à especificação, desenvolvimento, manutenção e criação de software, com a aplicação de tecnologias e práticas de gerência de projetos e outras disciplinas, visando organização, produtividade e qualidade.

Uma das frentes nessa área, é o teste de software, que busca fornecer informações sobre sua qualidade em relação ao contexto em que ele deve operar, se relaciona com o conceito de verificação e validação. Isso inclui o processo de utilizar o produto para encontrar seus defeitos.

Nesse sentido, vamos para a seguinte narrativa:

Estava eu jogando enquanto aguardava minha civilização avançar da Idade Heróica para a Idade

Mítica, a evolução trazia um custo para a civilização (1000 pontos de comida e 1000 pontos de ouro) o qual foi pago de antemão ao início do processo.

Quase para ocorrer a evolução, eu me arrependi de uma decisão e corri para interrompê-la, mas já era tarde, seu progresso estava em 100%, mesmo assim cliquei para interromper e então minha civilização evoluiu para a Idade Mitológica, e eu recebi o estorno da evolução (ação que ocorre quando você a interrompe).

Na confusão da partida reparei que meus pontos de comida e de ouro aumentaram em 1000 cada um, porém não era possível refletir muito sobre isso (literalmente estávamos em meio a uma guerra).

Após o término da partida fui refletir sobre o que ocorreu, agora pensando como o sistema foi programado (é aí que entra a Engenharia de Software):

1. Quando você coloca para evoluir, o código do jogo deve subtrair dos seus recursos o custo da evolução (neste caso 1000 pontos de comida e 1000 pontos de ouro), e manter em “caixa” até que a evolução termine;
2. Se a qualquer momento você interromper a evolução esse valor de caixa volta para você;
3. Contudo, após a evolução ser concluída, esse valor de caixa é descartado;

4. Embora isso devesse ocorrer junto com a evolução, quem programou o código pode ter criado uma espécie de gatilho, que após completar a evolução, envia uma mensagem avisando para remover a opção de cancelar a evolução e para eliminar o valor em “caixa”;
5. Assim, o gatilho dessa mensagem só ocorreria após a evolução, isso significa que primeiro a evolução acontece, para então se impedir que ela seja interrompida e o valor estornado;
6. Então, se no intervalo entre a evolução e o envio da mensagem para cancelar a possibilidade de interromper a evolução, você ativar a interrupção da evolução, então o jogo interromperá algo que já ocorreu e te estorna o valor que estava em caixa.

Claro, isso até então era minha teoria baseada em como eu imaginava ter ocorrido aquele erro.

Hora de testar:



Minha civilização foi criada em um ambiente controlado, atualmente na Idade Heróica com 1584 pontos de comida e 1062 pontos de ouro.



No processo de evolução para a Idade Mítica em 99% de conclusão, minha civilização tem 584 pontos de comida e 62 pontos de ouro.



Quando a evolução da civilização não é interrompida no intervalo das mensagens do código-fonte.



Quando a evolução da civilização é interrompida no intervalo das mensagens do código-fonte.

Testei em diversas evoluções também, e de fato o sistema parece funcionar com esse gatilho, possibilitando que o bug ocorra.

Embora, interromper a evolução nesse intervalo seja muito difícil, pois mesmo em ambiente controlado, conseguia realizar o bug mais ou menos uma vez a cada dez tentativas.

Ou seja, em termos de jogo esse bug é inviável de se usar e até mesmo prejudicial a quem tenta, podendo tomar mais tempo (cancelando a evolução antes que ela ocorra de fato) ou não render nenhum benefício (cancelando a evolução após o valor de caixa ser descartado).

Em Engenharia de Software, vemos algumas técnicas para “balançar” um programa na tentativa de que ele apresente alguns bugs em pontos tidos como críticos para quem programou.

No caso do Age of Mythology, esse bug se encontrava no tempo de comunicação entre duas partes do código-fonte.

## 11. INTEGRAMAMÃO TRIPLA

[blogs.unicamp.br/zero/2676](https://blogs.unicamp.br/zero/2676) (24/02/2021)

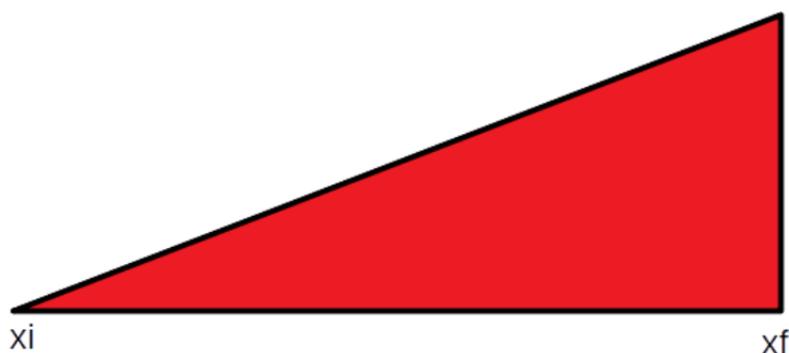
No Cálculo, a integral de uma função foi criada originalmente para determinar a área sob uma curva no plano cartesiano.

De forma bem simplória, uma integral precisa de uma posição inicial ( $x_i$ ) de onde a função iniciará e uma posição final ( $x_f$ ), de até onde mediremos o valor da função.

Por exemplo, a área de um triângulo como mostro abaixo.

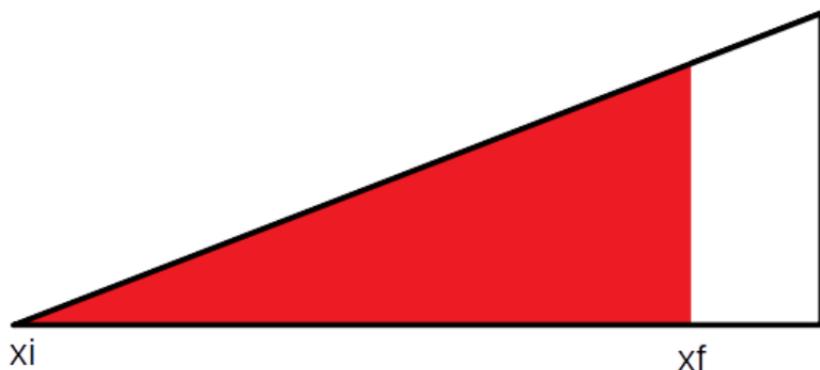
Temos que sua base começa em  $x_i$  e termina em  $x_f$ , se conhecermos a função linear que forma sua hipotenusa, podemos deduzir qual a altura do triângulo e então encontrar sua área.

Isso é integração.



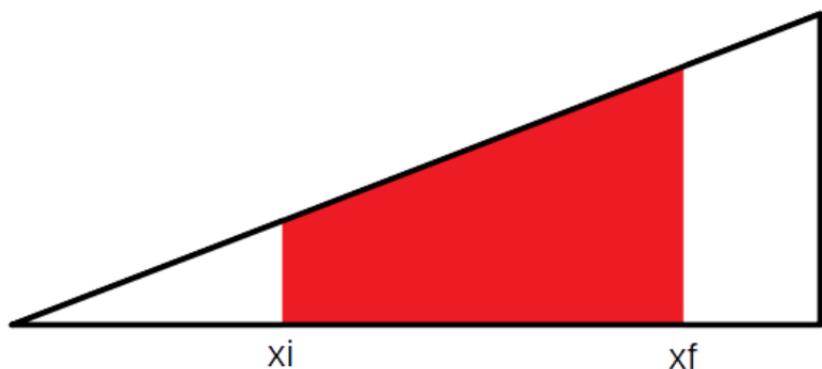
Contudo,  $x_i$  e  $x_f$  não precisam corresponder ao começo e fim da base.

Podemos ter por exemplo  $x_f$  menor que a base, e ainda assim, conhecendo a função que define sua hipotenusa, podemos deduzir sua altura e assim calcular sua área.



O mesmo vale para caso  $x_i$  corresponda a uma posição que não seja o início da base.

Podemos calcular a altura da função hipotenusa em  $x_f$  e em  $x_i$ , e então subtrair as áreas para encontrar a região vermelha.



No caso a hipotenusa de um triângulo retângulo é algo muito simples, mas poderíamos ter funções bem menos lineares que essa, e ainda assim utilizar desses mesmos conceitos.

Como por exemplo, esse mamão que eu tinha na geladeira.



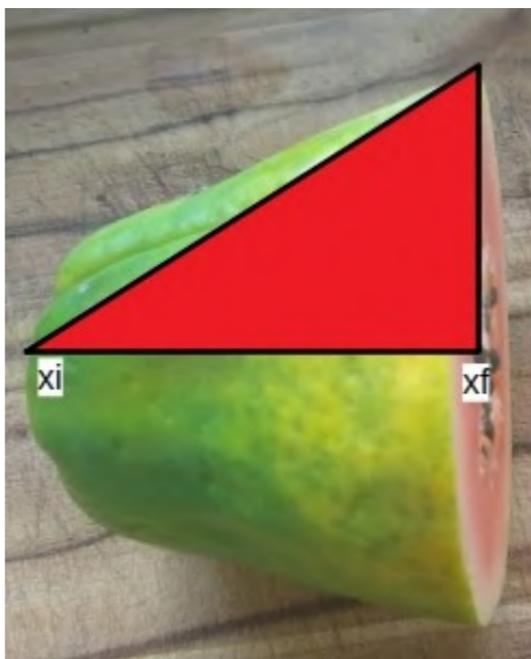
Ele pode não parecer muito com um triângulo, mas vamos observá-lo melhor.

No caso, o xi seria seu talo e o xf a parte mais larga.

Ainda não parece muito, né?

Afinal, triângulos tem essa ponta no xi, e o mamão é redondinho ali.

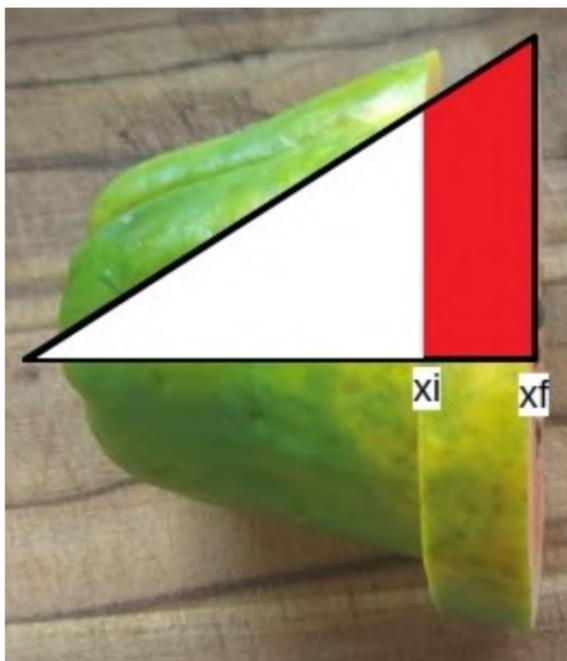
Mas, vamos deslocar o  $x_i$  um pouco mais para a direita com a nossa função matemática chamada “faca”.



Agora que deslocamos  $x_i$  mais para a direita, a região do mamão corresponde melhor com a região do nosso triângulo.



Caso esteja difícil de visualizar, abaixo sobreponho o triângulo com o mamão.



Veja que quanto mais à direita eu deslocar o xi, mais minha figura se parecerá com um retângulo.

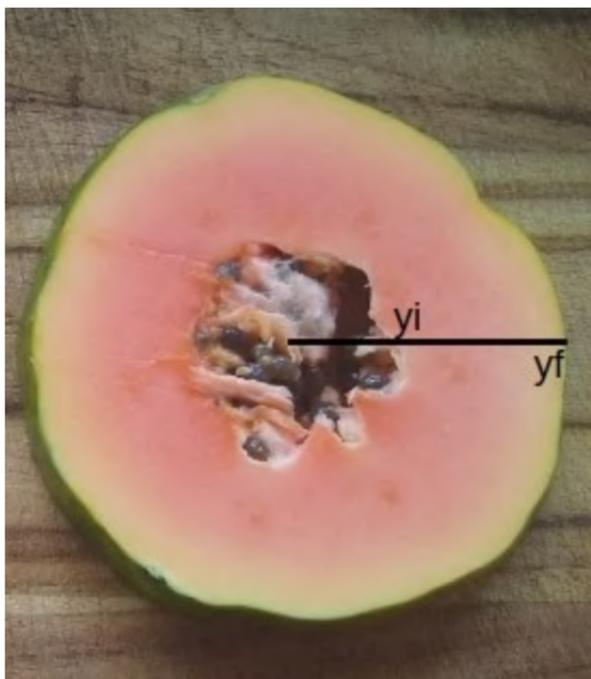
De fato, quanto mais parecido com um retângulo ficar esse segmento, mais fácil de trabalhar com ele (retângulos são legais).

Contudo, mamões são frutas tridimensionais, diferente de triângulos que não são frutas e nem são tridimensionais.

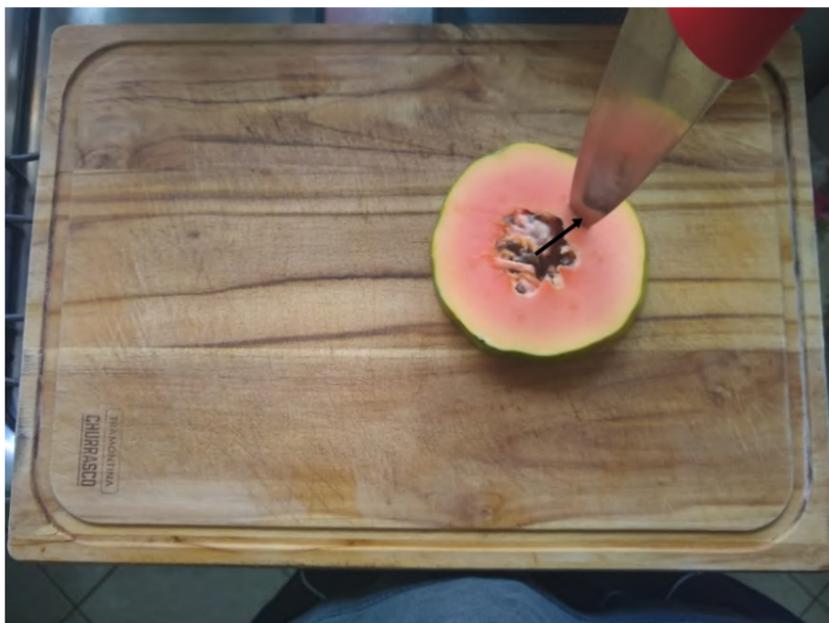
Podemos então enxergar o segmento de mamão do sua largura e comprimento, ignorando agora sua altura.



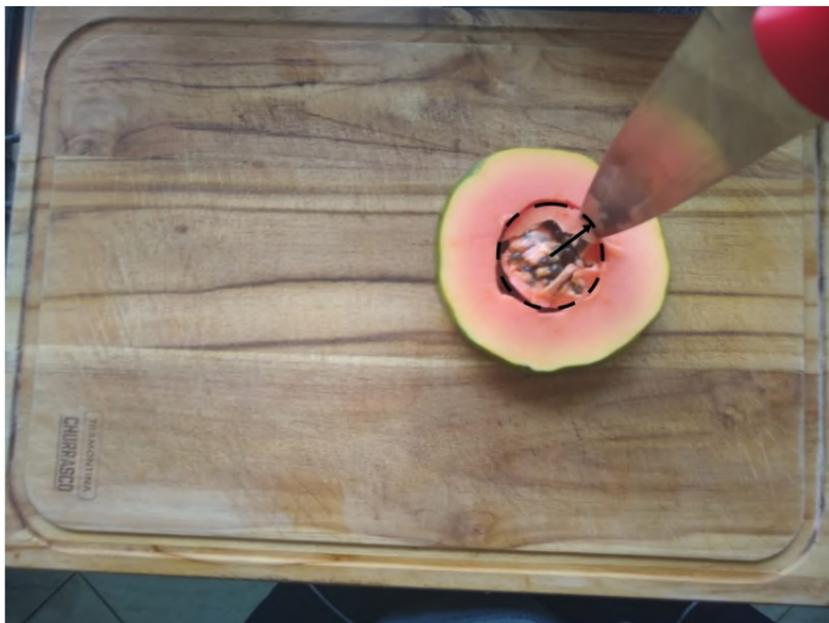
Com base nessas orientações e fixando o centro, temos interesse na região que esta entre yi (início da polpa) e yf (fim da polpa).



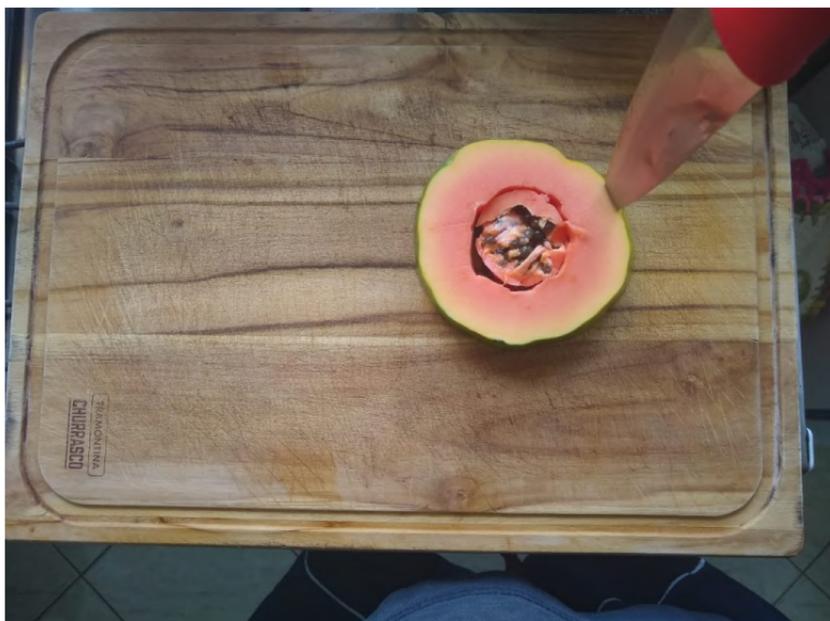
Então podemos fixar a função “faca” primeiro em  $y_i$ .



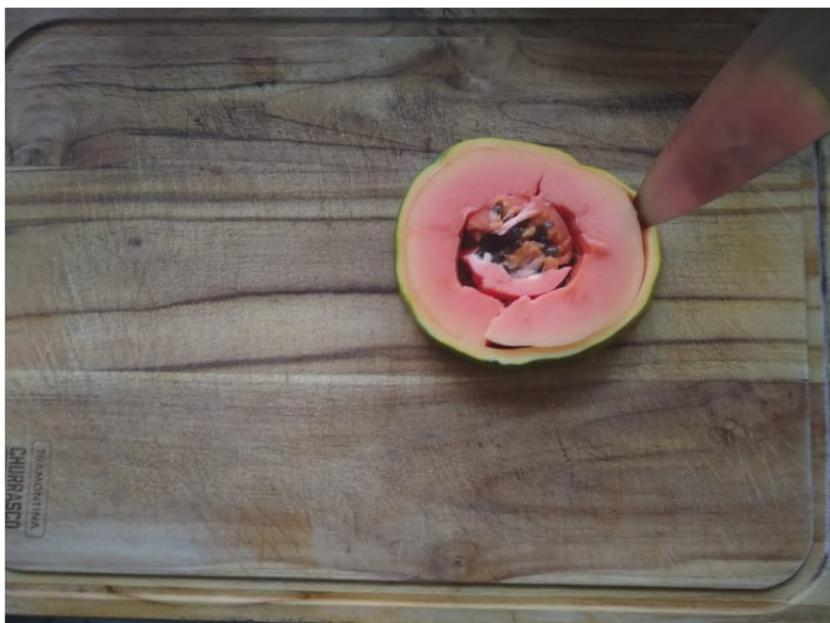
Então executamos a função “faca” no intervalo entre 0° e 360° (particularmente, é mais fácil manter a faca fixa e rotacionar o mamão).



Repetimos o processo fixando a faca em yf.



Então executamos a função “faca” no intervalo entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ .



Nossa região de interesse está entre  $y_i$  e  $y_f$ , podemos então considerar apenas esse intervalo, e chegamos assim na polpa que nos interessa.



Pronto!

Terminamos de “integrar” nosso mamão, vamos relembrar o que fizemos:

1. Determinamos a altura da polpa como  $x_i$  até  $x_f$ ;
2. Determinamos a altura vezes o comprimento da polpa integrando de  $y_i$  até  $y_f$ ;
3. Determinamos o volume da polpa integrando entre de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

Simple, agora coma o mamão e seja feliz.

## 12. EM XADREZ INFINITO, SEU REI SEMPRE ESTARÁ NA MIRA DE UM BISPO

[blogs.unicamp.br/zero/2702](https://blogs.unicamp.br/zero/2702) (06/03/2021)

Pense num xadrez convencional exceto pelo fato dele não ter peões e ter dimensões horizontal e vertical infinitas.

Mas diante tantos tipos de infinitos, vamos dizer que no sentido horizontal eles sejam equivalentes aos números Inteiros, com a posição do rei preto como o 0.

À direita dele (sentido da rainha) temos os números Inteiros positivos, e à esquerda com rei preto os números Inteiros negativos.

Já no sentido vertical também vamos usar os números inteiros como modelo, imaginemos a linha do rei preto como -1, e todas as linhas para frente dessa linha como -2, -3, -4, ... até  $-\infty$ .

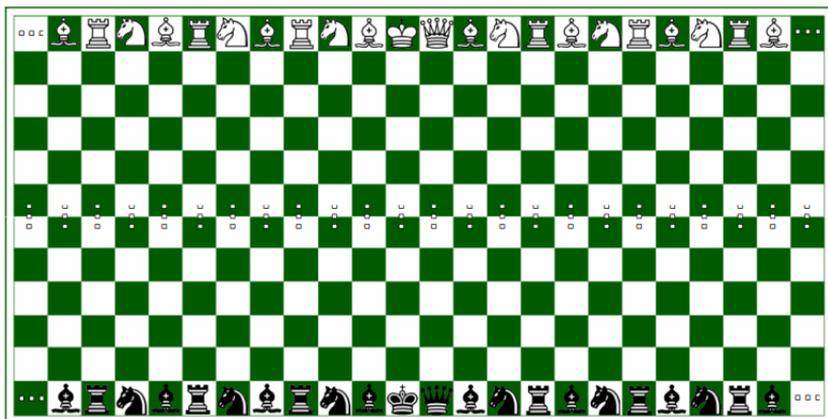
De forma análoga, o rei branco encontra-se na linha 1, e todas as linhas para frente dele como 2, 3, 4, ..., até  $\infty$ .

Então por exemplo, se avançamos o rei preto em uma casa, ele ocupará a posição {horizontal(0), vertical(-1)}.

Se avançarmos duas casas o rei branco, ele ocupará a posição {horizontal(0), vertical(2)}.

Assim, podemos descrever qualquer posição em relação às peças brancas ou às peças pretas.

Vamos assumir que cada jogador tem apenas um rei e uma rainha, mas que o padrão bispo-cavalo-torre se repete nas infinitas casas horizontais à direita e à esquerda, como mostro na figura abaixo.



Como as casas seguem o padrão casa-preta e casa-branca, e temos que o conjunto é limitado verticalmente, a quantidade de casas verticais é dada por  $2N$  onde  $N$  é um número Natural tão grande quanto se queira.

Considerando as regras usuais do xadrez, temos que é impossível cavalos e reis chegarem em posições referentes ao outro lado.

Por exemplo, o rei branco movimentando-se para frente por  $K$  movimentos, estará no máximo na posição vertical  $(K+1)$ , para qualquer  $K$  temos sempre podemos tomar um  $N$  maior, logo, cruzar a

“divisória” vertical do tabuleiro para essas peças é impossível em um número finito de movimentos.

Por outro lado, torres, bispos e rainhas podem se mover uma quantidade “qualquer” de peças, chamemos de  $X$ , assim, para qualquer  $N$  podemos tomar  $X > (2N - c)$ , onde  $c$  é um número Natural.

Desse modo, essas peças podem cruzar a divisória vertical do tabuleiro.

Por exemplo, imagine a torre do rei preto localizada na posição {horizontal(4), vertical(-1)};

Avançamos a torre {horizontal(4), vertical(-1)} – move para – {horizontal(4), vertical(-10)};

Avançamos a torre {horizontal(4), vertical(-10)} – move para – {horizontal(6), vertical(-10)};

\*Agora que temos a torre preta em frente a um cavalo branco\*

Avançamos a torre {horizontal(6), vertical(-10)} – move para {horizontal(6), vertical(1)}.

\*Ou seja, a torre preta, avançou  $X$  casas na vertical, no qual  $X$  é igual à  $(2N - 10)^*$  eliminando o cavalo branco.

Até aí tudo bem, podemos imaginar algumas jogadas na vertical e na horizontal.

Porém, o que pensar dos bispos?

Se um bispo se move  $X$  casas na diagonal onde é que ele vai parar?

Por exemplo, suponha que o rei branco está na posição  $\{\text{horizontal}(0), \text{vertical}(1)\}$ , o rei branco estará sendo ameaçado por algum bispo preto?

Temos 3 opções para analisar:

Nenhum bispo ameaça o rei;

Um bispo ameaça o rei;

Dois bispos ameaçam o rei;

Supondo que nenhum bispo encontra-se na posição  $\text{horizontal}(2N)$  ou  $(-2N)$ .

Mas as posições dos bispos é dada por:

... -18, -15, -12, -9, -6, -3, 2, 5, 8, 11, 14, 17 ...

Analisando essas posições em valor absoluto, temos:

2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, ...

Expressando essas posições em forma algébrica, as posições horizontais em módulo maiores que 0 onde não teremos nenhum bispo será dada por  $(3B-2)$ , onde  $B$  é um número Natural maior que 0.

Assim, para  $2N$  casas verticais onde  $N$  é um Natural, podemos reescrever como  $2N = 3B-2$ , logo, quando  $N = (3B-2)/2$ , nenhum bispo estará ameaçando o rei branco.

Mas como  $N$  é um Natural qualquer, então deve existir  $N$  tal que  $N \neq (3B-2)/2$ .

Assim, descartamos a primeira opção (nenhum bispo ameaça o rei).

Agora se supomos que dois bispos ameaçam o rei, então  $N = (3B-1)/2$  e  $N = 3B/2$  para qualquer  $N$ .

Se isso fosse verdade, então:

$$(3B-1)/2 = 3B/2,$$

mas isso implicaria que,

$$3B - 1 = 3B$$

mas chegaríamos que

$$-1 = 0$$

Ou seja, essa alternativa seria também absurda.

Por fim, chegamos que independente do valor de  $N$ , existirá um bispo apontando para o rei branco.

De forma ainda mais assustadora, sempre haverá um bispo apontando para o rei branco.

Pois mesmo que esse bispo específico ataque e morra, sempre poderemos escolher um outro bispo cujo  $N = (3B-1)/2$  ou  $N = 3B/2$ , de modo que esteja apontando exatamente para o rei branco.

Isso pois  $N$  é um Natural qualquer tão grande quanto quisermos.

## 13. O MAIS PODEROSO INATOR

[blogs.unicamp.br/zero/2582](https://blogs.unicamp.br/zero/2582) (25/03/2021)

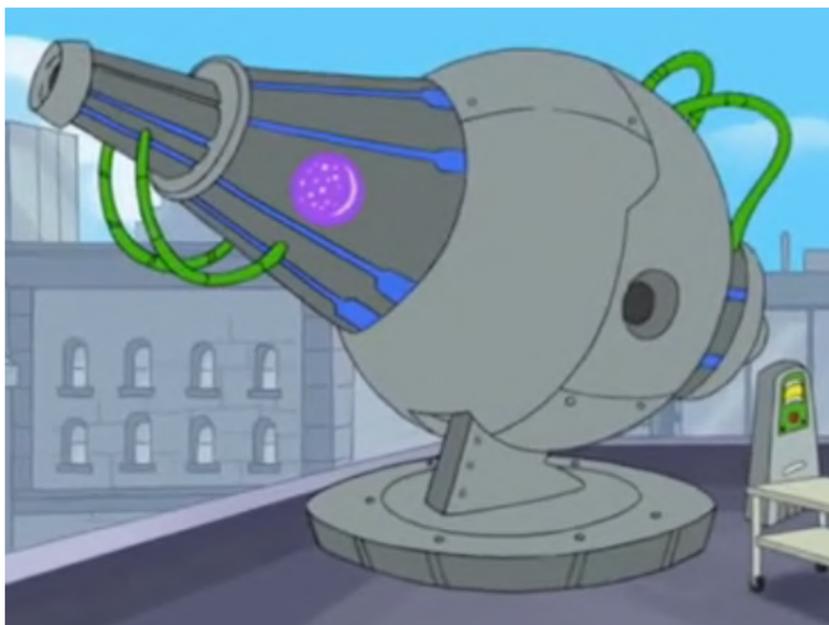
Phineas e Ferb é um desenho que eu gosto bastante, principalmente por conta das invenções do Dr. Heinz Doofenshmirtz, que carregam o sufixo “inator”.

Estava eu aqui revendo alguns inators e decidi procurar uma lista dos mais poderosos... mas realmente não encontrei nada.

Se você já viu o desenho certamente vai entender, dado que os inators são “estranhos” e às vezes até mesmo de maldade duvidosa, como por exemplo o “descanso-inator” que é uma apenas uma poltrona confortável, com um abajur, pantufas, TV, pipoca, ventilador, fresco, luminária, um livro, sombrinha e um gato para ficar no colo da pessoa enquanto ela descansa.

Então, de volta a pergunta... qual é o inator mais poderoso que o Dr. Heinz Doofenshmirtz já construiu?

Apesar de não parecer, eu considero o Fedor-Inator o mais poderoso (Episódio 51, “Attack of the 50-Foot Sister”, exibido em 21 de fevereiro de 2009).



E nesse post espero explicar a ponto que você leitor concorde com meus argumentos

O objetivo do Fedor-Inator era espalhar o odor de fraldas sujas pelo Festival de Verão da cidade, pois como o prédio do Doofenshmirtz fica ao lado, as pessoas o importunam constantemente pedindo para usar o banheiro.

Desse modo, Doofenshmirtz concentrou o odor em uma espécie de extrato líquido dentro de um balão de erlenmeyer (imagem ilustrativa abaixo).



Um recipiente desse formato (Imagem de PublicDomainPictures por Pixabay).

Um balão de erlenmeyer desse tamanho tem capacidade aproximada para 500 ml quando cheio, dessa forma, podemos limitar superiormente o volume daqueles utilizados no desenho (que não estavam completamente cheios e não aparentavam serem maiores do que esse da imagem) com volumes menores ou iguais a 500 ml.

No desenho, Phineas e Ferb usam um elixir do crescimento em uma melancia e depois a Candace (irmã mais velha deles) também usa.

O efeito do elixir parece ocorrer com a aplicação de uma quantidade bem pequena do líquido, vamos supor uma colher de sopa bem cheia, ou estimando também para cima, 20 ml ou  $0,00002 \text{ m}^3$ .

Ela tem 1,65 m de altura e estimando seu peso (considerando o IMC normal) digamos que 60 kg. Supondo seu volume, não é errado limitar superiormente por 200 litros ou  $0,2 \text{ m}^3$ .

Desse modo,  $0,00002 \text{ m}^3$  do elixir gerou em uma aplicação direta, um efeito homogêneo em  $0,2 \text{ m}^3$  de Candace.

Assim, seu efeito natural é da faixa de 1 para 10.000.

Nesse contexto, o Doofenshmirtz pretendia cobrir de cheio de fralda suja a área do Festival de Verão, vamos supor  $10.000 \text{ m}^2$  em uma altura funcional de 5 m.

Assim, seu frasco de extrato desse odor, (500 ml ou  $0,0005 \text{ m}^3$ ) seria disperso de forma homogênea em um espaço de  $50.000 \text{ m}^3$ .

Assim, inicialmente seu efeito inicial seria da faixa de 1 para 100.000.000.

Ou seja, um efeito 10 mil vezes mais forte do que seu uso direto.



$1.8 \cdot 10^{82}$  (isso porque estimamos por baixo o tamanho do universo).

E apenas para fechar o raciocínio, com esse inator, o efeito do elixir seria então  $1.8 \cdot 10^{78}$  vezes mais forte do que seu uso direto.

Também podemos observar que o efeito do inator foi quase instantâneo (digamos 1 segundo), isso significa que a velocidade com que ele propagou o elixir foi do raio do universo (estimamos aqui por baixo 13.7 bilhões de anos-luz), em 1 segundo.

Ou seja, isso faz da velocidade com que esse inator lançou o elixir, de  $4.32 \cdot 10^{17}$  vezes mais rápido do que a velocidade da luz.

Por essas razões, considero esse o mais poderoso dos inators!

E você, qual dos inators você acha o mais poderoso?

## 14. QUANDO O TESTE DA RÉGUINHA FUNCIONARIA?

[blogs.unicamp.br/zero/2744](https://blogs.unicamp.br/zero/2744) (01/04/2021)

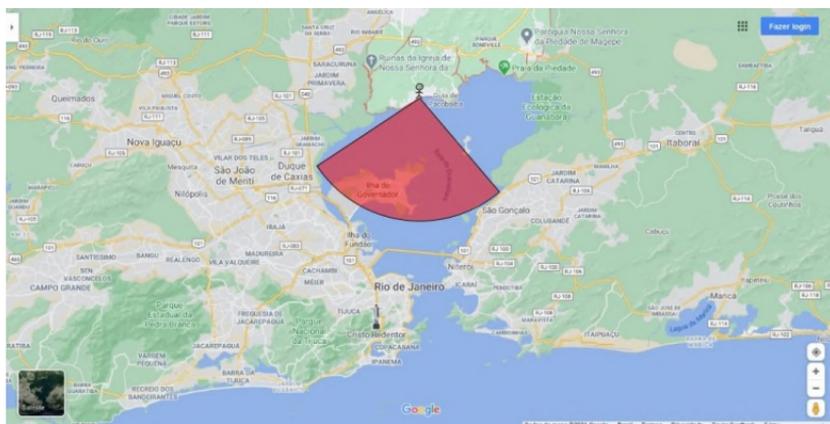
Na internet circula um vídeo de um rapaz defendendo a planitude da Terra, partindo do argumento de que não podemos perceber a curvatura ao observar seu horizonte, 'nem mesmo com o auxílio de uma régua'.



O objetivo deste post entretanto não é criticar seu argumento, e sim mostrar para qual dimensão de planeta seu argumento seria suficiente para enxergar no horizonte a curvatura através desse método.

No vídeo, mencionam uma escala 'monstruosa', mas pelas informações relatadas no próprio vídeo, ele diz estar em Magé (RJ) e enxergar nos dois extremos do seu campo visual os municípios de Duque de Caxias e São Gonçalo (ambos RJ).

Colocando-o num mapa, temos que seu horizonte observável deveria ser algo parecido com a imagem abaixo.



Baseado nessa ilustração, temos um ângulo de visão de 96 graus, e um raio de aproximadamente 14km (arredondando para cima).

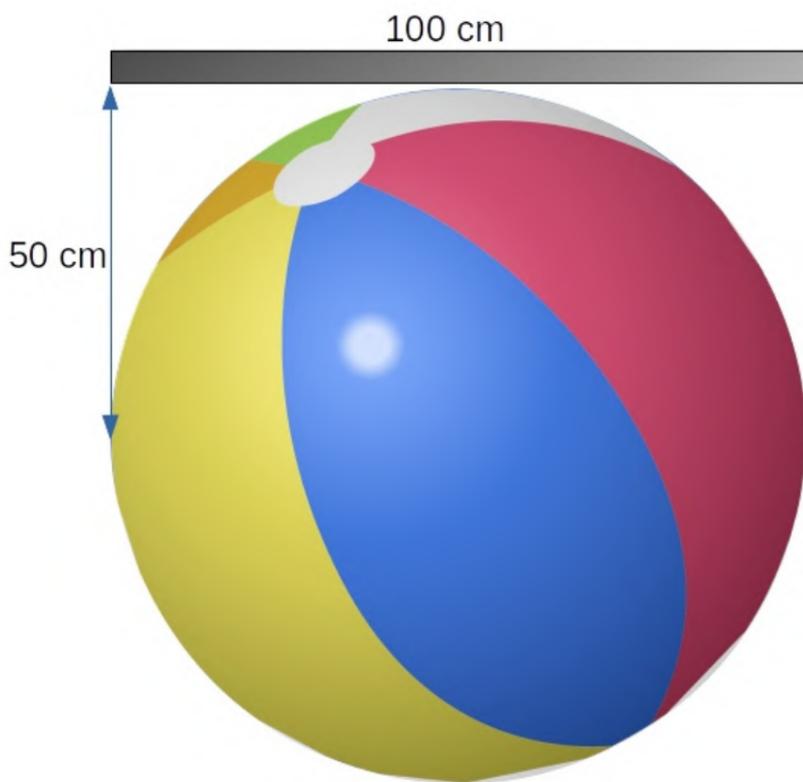
Com isso, temos que o arco do horizonte desse observador deve ser (também arredondando para cima) de 24 km, enquanto que a linha reta que une os vértices desse arco teria uma distância (arredondada para cima) de 21 km.

Digamos que a régua utilizada seja de 1 m, cubra inteiramente todo os 21 km de seu campo visual linear e o rapaz tenha um alinhamento da régua perfeitamente tangente com o horizonte na posição de 50 cm (condições bem favoráveis para o rapaz).

Para deixarmos mais claro o que faremos, imagine que a Terra seja uma daquelas bolas de plástico com

50 cm de raio, e coloquemos nossa régua tangente ao seu topo.

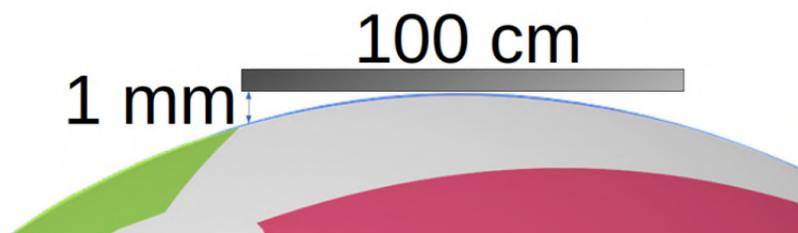
Temos um desnível de uma ponta da régua até sua curvatura de 50 cm.



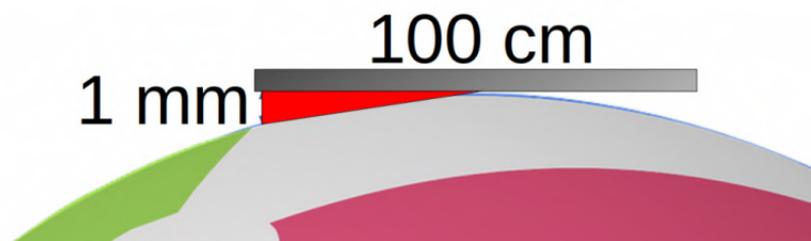
Desse modo, como estamos usando a escala do campo visual de 21 km, teríamos que a esfera acima teria raio de 10,5 km e desnível nas pontas da régua de 10,5 km.

O que faremos agora é aumentar o tamanho de nossa bola até chegarmos no menor desnível perceptível pela pessoa que realiza esse experimento

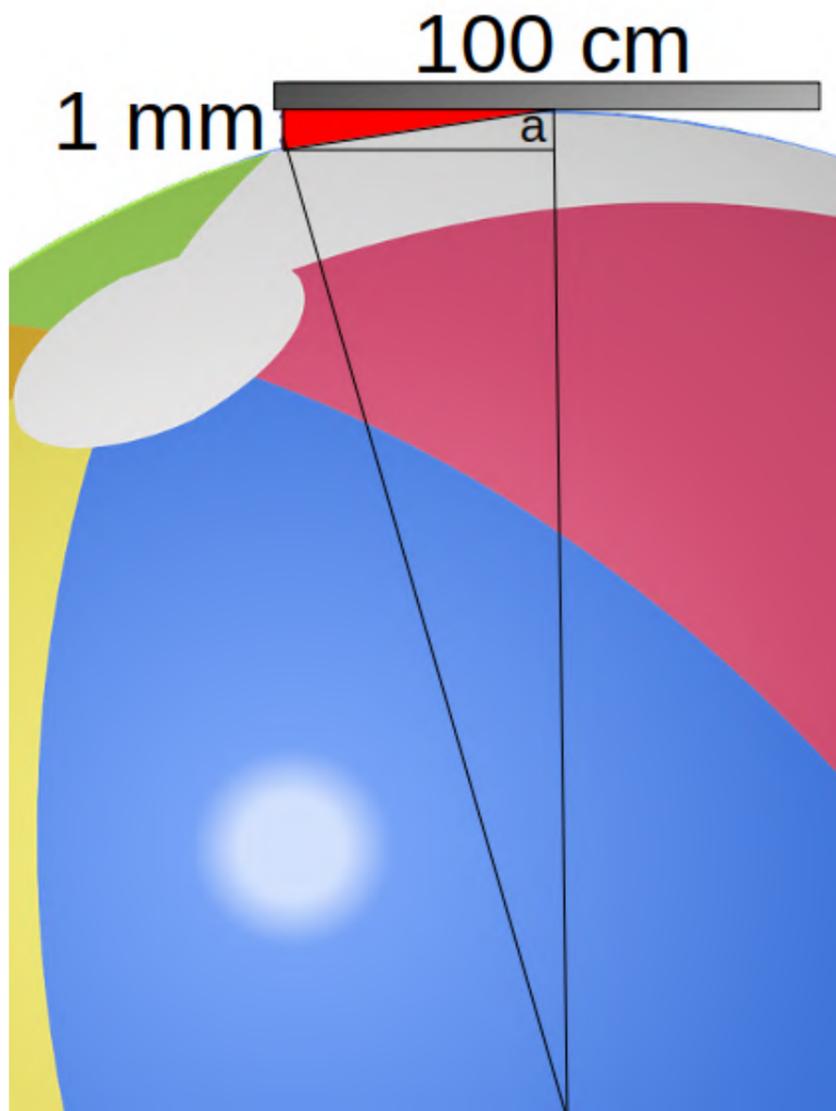
(digamos que 1 mm da régua, o que seria o equivalente a 21 m).



Representação da ideia do que faremos (mas ainda não se encontra na escala correta).



Redesenhando agora um triângulo retângulo com vértice no centro da bola, teríamos uma figura como mostrada abaixo, no qual a hipotenusa e o cateto tem uma diferença de 'a' unidades de medida, nesse caso, 1 mm ou 21 m se considerarmos a escala.



Temos que a hipotenusa desse triângulo  $h$ , será o raio da Terra, o cateto maior  $C$ , será o raio da Terra menos 21 metros e o cateto menor será 105000 metros.

Assim,  $\cos(\theta) = (h-21)/h$ ,  $\sin(\theta) = 10500/h$  e  $\tan(\theta) = 10500/(h-21)$ .

Fazendo os arcos trigonométricos dessas três funções, e igualando-as (pois os ângulos  $\theta$  e hipotenusa  $h$  são fixos), chegamos que  $h$  deve ser igual à 2.625.010,5 m.

Ou seja, um planeta com raio máximo de 2.625,0105 km.

Chegamos assim, que sua área superficial desse planeta deveria ser de no máximo 86.590.840 km<sup>2</sup>.

Comparativamente, a área do continente asiático é de 44.580.000 km<sup>2</sup> e a área do continente americano é de 42.550.000 km<sup>2</sup>, ambos os continentes juntos ocupariam 87.130.000 km<sup>2</sup>, ou seja, um pouco mais do que 100% da área de um planeta no qual o teste da régua funcionaria.

Com isso, concluímos que o teste da régua de fato conseguiria identificar a curvatura ao observar o horizonte, desde que nosso planeta fosse bem menor do que ele realmente é.

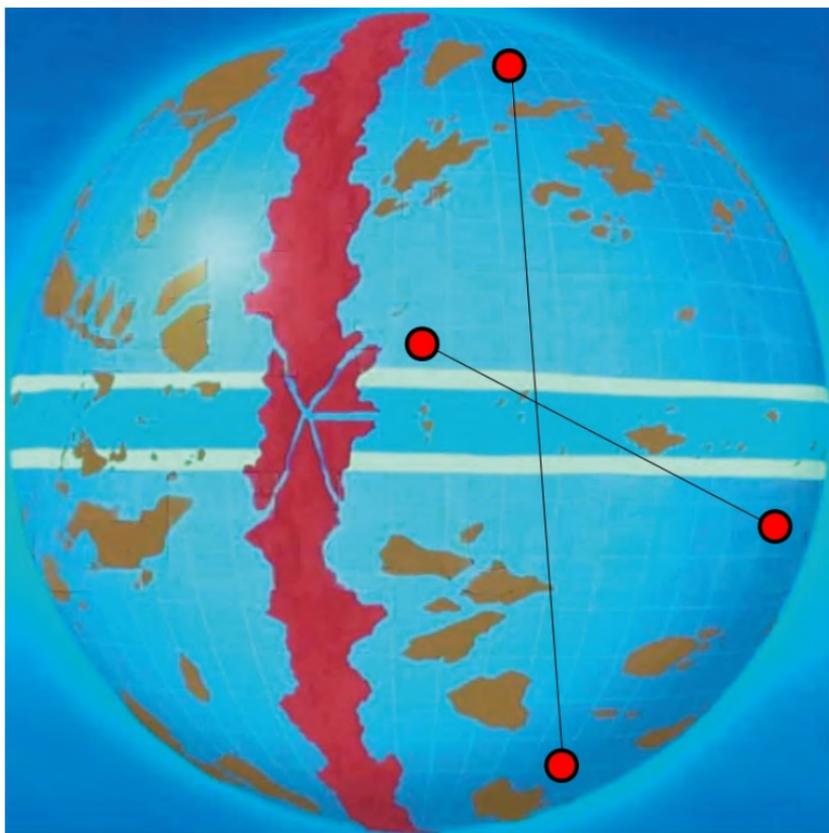
## 15. POR QUE 4 ROAD PONEGLYPH PODEM NÃO INDICAR EXATAMENTE A LOCALIZAÇÃO DO ONE PIECE?

[blogs.unicamp.br/m3/426](https://blogs.unicamp.br/m3/426) (01/04/2021)

No anime One Piece existe um tesouro pirata homônimo (chamado One Piece) tido como o maior de todo o mundo e supostamente localizado em um ponto indicado a partir de 4 outros pontos no mundo.

Essas localizações estão inscritas em pedras indestrutíveis chamadas de Road Poneglyph.

Assim, pressupõe-se como mostrado no globo do planeta no qual o anime se passa, que com essas 4 posições, seja possível identificar exatamente onde o tesouro se encontra.

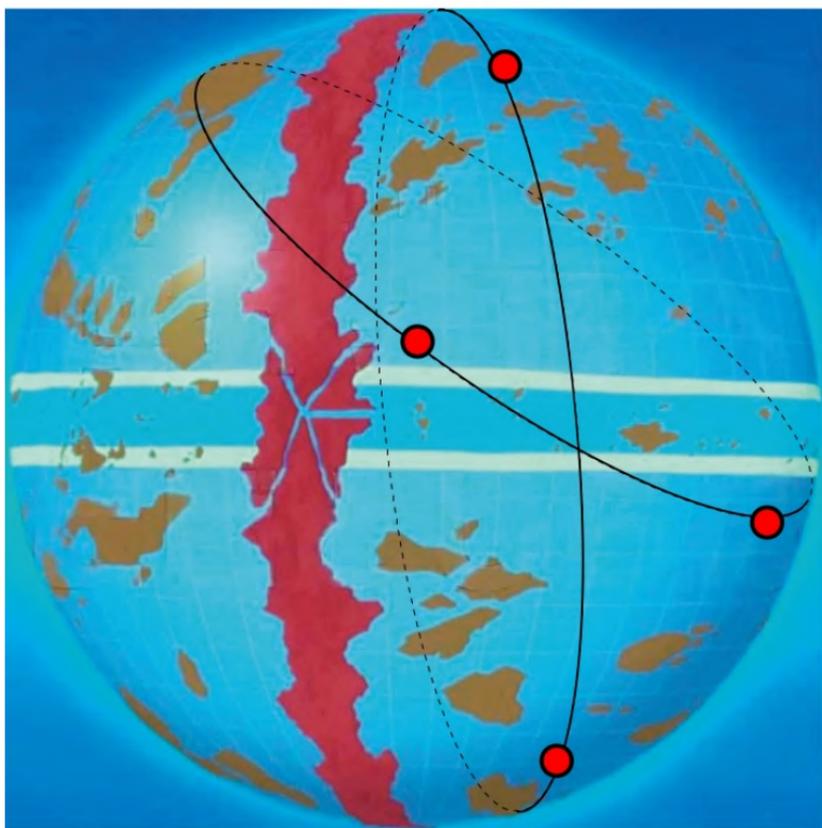


Adaptado de <https://onepiece.fandom.com/wiki/World>

Porém o problema não é assim tão simples. Se essas posições em vermelho forem de longitude e latitude, ao interpretarmos linhas retas unindo-as, teremos devido a curvatura do planeta, que a localização será no interior do globo e não em sua superfície.

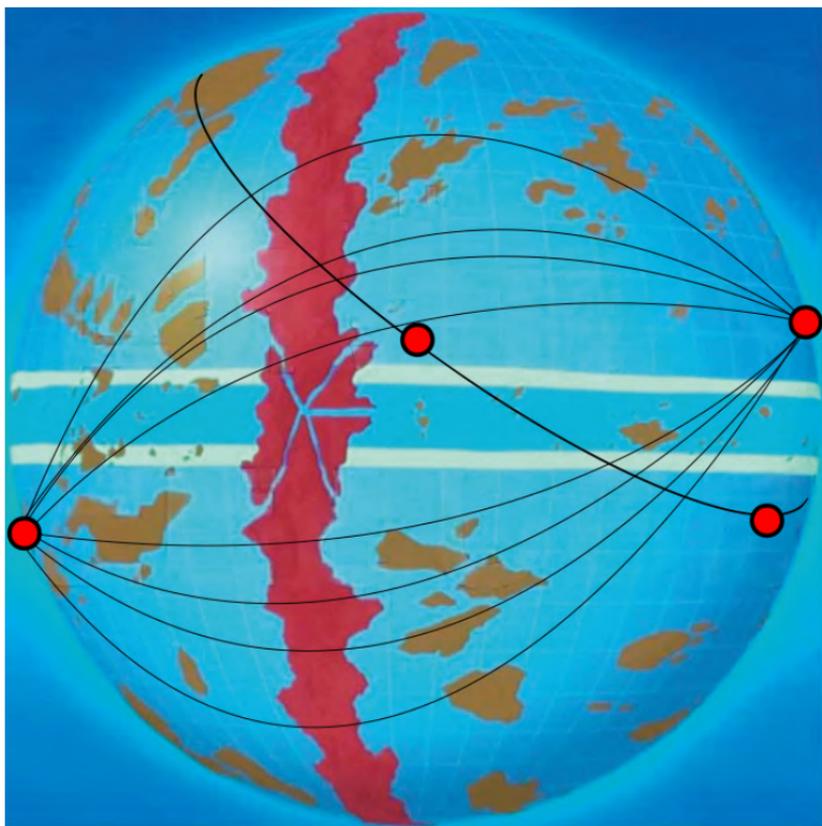
Se as posições forem de longitude e latitude e queremos um resultado na superfície do globo, precisaremos então traçar arcos de circunferência unindo-os (e não linhas retas).

Mas nesse caso, teríamos dois pontos de intersecção, um ponto em um lado do planeta e o outro do outro (na representação abaixo tentei fazer o que seriam o ponto visível fosse a intersecção das linhas normais e os pontos do lado não visível do planeta, fossem a intersecção das linhas pontilhadas).



Contudo, há ainda outras possibilidades piores, pois se dois desses pontos se encontrarem em extremos opostos do planeta, teremos então infinitos arcos de circunferência do mesmo tamanho que os unirão.

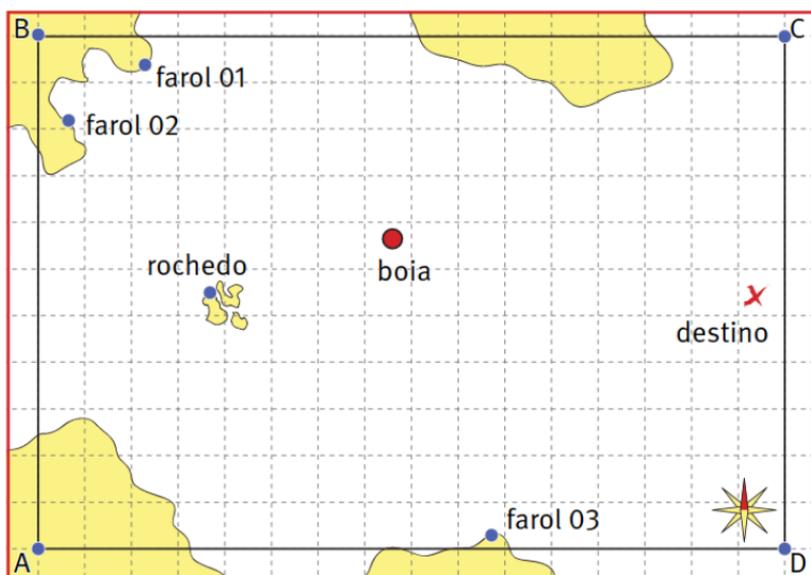
Desse modo, teremos infinitas intersecções entre as posições dessas referências (na figura abaixo representei 8 desses arcos, e a intersecção de apenas um lado do globo).



Mas considerando o universo desse anime, podemos ter ainda mais problemas, pois há ilhas no Céu e também ilhas que se movem nas costas de animais gigantes, assim precisamos esperar para descobrir qual será o desfecho dessa história e onde está o One Piece!

Em contextos mais “comuns” podemos usar o conceito de [Arco Capaz](#) e algumas relações trigonométricas para encontrar a posição das chamadas Cartas Náuticas no mar.

Isso pode ser explorado a partir de experimentos disponíveis no repositório [Matemática Multimídia](#) que acompanha um guia para o professor e outras instruções que podem ajudá-lo a entender como usar a trigonometria para se localizar com instrumentos bem rudimentares como régua e compasso (rudimentares em comparação aos nossos celulares).



**FIG. 1** Miniatura da carta náutica disponível em ANEXO.

Espero que esse recurso lhes auxiliem na exploração dessas atividades, pois vocês verão o quanto precisamos chegar apenas intersectando

circunferências em um mapa (se você assiste One Piece, com certeza já viu em diversos momentos a Nami desenhando e rabiscando mapas para definir suas rotas, é basicamente isso).

Abaixo, por uma questão de facilidade, disponibilizo o link para o repositório.

<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/996>

## 16. QUAL É O MÁXIMO DE JOGADAS EM UM JENGA GIGANTE?

[blogs.unicamp.br/zero/2775](https://blogs.unicamp.br/zero/2775) (05/04/2021)

Você pode até não conhecer por nome, mas certamente já viu um jogo de pecinhas de madeira empilhadas no qual as pessoas vão retirando-as da base colocando no topo até que alguém derrube a torre.

Prazer, esse jogo se chama Jenga.

A versão com peças que nem mostra na foto abaixo é conhecida como Jenga Gigante.



O número mínimo de jogadas é bem fácil de calcular, 0.

A pessoa derruba a torre sem tirar nenhuma peça.

Mas para calcularmos o número máximo de jogadas, precisamos lembrar de como se joga.

Em uma torre de  $N$  andares, se o topo da torre estiver completo, você pode tirar qualquer peça do térreo até o andar  $N-2$ .

Em uma torre de  $N$  andares, se o topo da torre estiver com uma ou duas peças, você pode tirar qualquer peça do térreo até o andar  $N-3$ .

Vamos assumir também que o mínimo de peças que possamos tirar de um andar é 0, enquanto o máximo de peças que podemos tirar de um andar seja 2.

Assim, se temos inicialmente 18 andares, cada um com 3 peças, podemos pensar que a resposta seja  $18 \cdot 3 - 18 = 36$  (total de peças menos as 18 correspondentes à coluna central da torre inicialmente montada).

Porém longe disso!

A regra da quantidade de peças no topo nos diz muito sobre o resto da divisão inteira por 3 (chamado de  $\text{mod}[3]$ ).

Seja  $X$  a quantidade atual de jogadas realizadas:

se  $X \text{ mod}[3] = 0$ , então há exatamente 3 peças no topo da torre;

se  $X \text{ mod}[3] = 1$ , então há exatamente 1 peça no topo da torre;

se  $X \bmod 3 = 2$ , então há exatamente 2 peças no topo da torre.

Como há pelo menos dois andares completos no topo da torre, podemos imaginar que essas 6 peças sejam fixas (nunca poderemos mexer nelas), assim restam-nos 48 peças em 16 andares para jogar.

O máximo que podemos tirar de cada andar é 2 peças, então podemos tirar no máximo 32 peças.

Mas esse valor se altera dependendo da divisibilidade atual do número de jogadas (vou mostrar abaixo):

Jogadas realizadas	Peças disponíveis para retirar
0	32
1	31
2	30
3	31

Veja que o número de peças disponíveis para retirar após a terceira jogada aumentou.

Isso ocorreu, pois formamos mais um andar completo.

E assim essa estrutura segue, de modo que apenas após 92 jogadas teremos um total de 0 peças disponíveis para retirar.

Como  $92 \bmod 3 = 2$ , isso significa que teremos uma torre de 49 andares (16 iniciais, +2 andares fixos, +90/3 andares + 1 andar com 2 peças no topo).

## 17. AS CHANCES DA GALINHA SEGURAR COM O BICO A MACHADADA DO MINOTAURO

[blogs.unicamp.br/m3/443](https://blogs.unicamp.br/m3/443) (23/04/2021)

RPG é um jogo de interpretação de personagens, mas muito além de um teatro, há uma série de parâmetros estatísticos auxiliando a fidedignidade (dentro das leis de seu próprio universo) dos eventos.

O tema deste post remete a uma cena 'lendária' de um jogador cujo personagem na ocasião em que era atacado por um Minotauro, foi transformado em galinha por conta de uma maldição que carregava.

Parecia tudo perdido quando se determinam por meio de um dado de 20 faces, a eficácia do ataque do Minotauro, chegando no resultado 2 (sendo 1 o pior, e 20 o melhor possível).

Diante desse azar do Minotauro, o personagem do jogador teria então uma chance mínima de se defender (mesmo sob a forma de uma galinha), e determinando a eficácia da defesa do personagem, chega no resultado 20 (o melhor possível).

Definido as condições do evento, se imaginam a cena da galinha travando com o bico a lâmina do machado do Minotauro.



No caso daquele universo, isso significa que o Minotauro executou um péssimo ataque, enquanto a galinha fez uma excelente defesa.

Esse evento utiliza probabilidade condicional, não bastando a galinha realizar uma ótima defesa, se o Minotauro realizasse um ataque não-tão-ruim, a galinha não teria chance.

Da mesma forma, se a galinha não realizasse uma defesa excelente, qualquer ataque do Minotauro seria eficaz contra ela.

Assim, a chance da galinha defender-se desse ataque pode ser calculada de forma mais fácil como o complementar da chance dela não se defender do ataque do Minotauro, isso é, ou o Minotauro tira 3 ou mais no dado, ou a galinha tira menos de 20 no dado. Isso pode ser calculado como:

$100\% - (\text{chance do Minotauro tirar 3 ou mais}) 90\% * 95\% (\text{chance da galinha tirar menos de 20}) = 100\% - 85,5\% = 14,5\%$ .

Nesse cálculo, fizemos o uso do complementar para englobar em uma só conta a chance de duas possibilidades: a chance do Minotauro tirar 1 e a galinha tirar 20; a chance do Minotauro tirar 2 e a galinha tirar 20;

Existem outras formas de calcularmos probabilidade de resultados em dados, principalmente quando consideramos espaços amostrais com distribuições de probabilidade não uniformes, como por exemplo, a soma de 3 dados de 6 faces.

Mas para tratar desse assunto e falar um pouco mais de RPG, temos um vídeo muito legal do repositório [Matemática Multimídia](#) chamado [Uma aventura de RPG](#).

[https://youtu.be/1N1\\_S3M0lik](https://youtu.be/1N1_S3M0lik)

No repositório temos um guia do professor (escrito por alguém que curte muito RPG) para ajudar na condução desse tema com o viés da Matemática.

Abaixo, por uma questão de facilidade, disponibilizo o link para o repositório.

<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1053>

## 18. DILEMA DO PRISIONEIRO E O LOCKDOWN

[blogs.unicamp.br/zero/2791](https://blogs.unicamp.br/zero/2791) (12/04/2021)

O Dilema do Prisioneiro é um famoso experimento mental da teoria dos jogos (ramo da matemática aplicada que estuda situações estratégicas onde os participantes escolhem diferentes ações na tentativa de melhorar seu retorno), que apesar de variações nos valores, pode ser exemplificado como:

Duas pessoas foram presas (A e B) por um crime e mantidas em celas separadas. Então apresentam a ambas a mesma proposta:

se você confessar e seu parceiro ficar em silêncio, você estará livre e seu parceiro cumprirá 10 anos de prisão;

se você ficar em silêncio e seu parceiro confessar, você cumprirá 10 anos de prisão e ele estará livre;

se você e seu parceiro confessarem, ambos cumprirão 5 anos de prisão;

se nenhum dos dois confessar, ambos cumprirão 1 ano de prisão.

	<b>Prisioneiro “B” se mantém em silêncio</b>	<b>Prisioneiro “B” confessa</b>
--	--	-------------------------------------

<b>Prisioneiro “A” se mantém em silêncio</b>	Ambos cumprirão 1 ano	“A” cumprirá 10 anos enquanto “B” sai livre
<b>Prisioneiro “A” confessa</b>	“A” sai livre enquanto “B” cumprirá 10 anos	Ambos cumprirão 5 anos

### Esquema da relação

Nesse dilema cada prisioneiro precisa fazer a sua decisão sem saber que decisão o outro vai tomar, e nenhum tem certeza da decisão do outro.

Assim, nesse dilema surge a questão da desconfiança na hora de buscar uma consequência pequena para ambas as partes (manter o silêncio) e do medo de ser traído pelo parceiro que pode agir de modo egoísta, obtendo assim a liberdade sem se importar com o que ocorre ao outro.

Numa situação dessa, como você agiria?

O medo mútuo de ser “traído” nesse caso, leva ambos a confessarem, fazendo com que sofram uma penalidade bem maior do que manter o silêncio.

Ok, mas o que isso tem a ver com o Lockdown?

De fato, vamos trocar no dilema os protagonistas de prisioneiros para cabeleireiros.

Em uma pequena comunidade bem isolada de qualquer outra, o único serviço presencial que atende aquela população é o de cabeleireiro, e lá existem

dois cabeleireiros (X e Y) que atendem a toda a demanda dessa população.

Mas com a pandemia e o surgimento dos casos de COVID-19 nessa região, decretaram o fechamento de seus estabelecimentos até que houvesse uma grande redução nos casos.

Porém as contas não param de surgir e ambos os cabeleireiros precisam lidar com essa situação:

se eu obedecer a restrição enquanto meu concorrente atende escondido, eu começarei a acumular dívidas, mas ele vai faturar mais (pois agora todos os clientes iriam apenas pra ele), e também o número de casos não vai diminuir, então a restrição continuaria;

se eu atender escondido enquanto meu concorrente obedece a restrição, ele começará a acumular dívidas, mas eu vou faturar mais (pois agora todos os clientes iriam apenas pra mim), e também o número de casos não vai diminuir, então a restrição continuaria;

se ambos atendemos escondidos, manteremos o mesmo faturamento de antes, não teremos dívidas, mas o número de casos não vai diminuir, então a restrição continuaria;

se ambos cumprimos as restrições, ambos acumularemos dívidas, mas o número de casos diminuiria, então a restrição terminaria.

	<b>Cabelereiro Y obedece a restrição</b>	<b>Cabelereiro Y continua atendendo</b>
<b>Cabelereiro X obedece a restrição</b>	Ambos tem prejuízo, mas os casos de COVID-19 reduzem	Y tem lucro, X tem prejuízo, mas os casos de COVID-19 continuam
<b>Cabelereiro X continua atendendo</b>	X tem lucro, Y tem prejuízo, mas os casos de COVID-19 continuam	Ambos mantêm seus faturamentos, mas os casos de COVID-19 continuam

Nesse dilema cada cabeleireiro precisa fazer a sua decisão sem saber que decisão o outro vai tomar (senão não seria um atendimento escondido), e nenhum tem certeza da decisão do outro.

Assim nesse dilema surge a questão da desconfiança na hora de buscar uma consequência pequena para ambas as partes (ter prejuízo/acumular dívidas) e do medo de ser traído pelo parceiro que pode agir de modo egoísta, obtendo assim seu lucro (ou mantendo seu faturamento) sem se importar com o que ocorre ao outro.

Numa situação dessa, como você agiria?

O medo mútuo de ser “traído” nesse caso, leva ambos a atenderem escondidos, fazendo com que seus faturamentos se mantenham mas que o número de casos de COVID-19 continuem.

Percebeu agora a relação desse dilema com o Lockdown?

Nesse contexto simplificado, temos dois estabelecimentos apenas (dois prisioneiros), enquanto que nos contextos mais próximos da realidade temos incontáveis estabelecimentos (incontáveis prisioneiros), sendo tentados com a oferta de agirem de forma egoísta (confessarem) sem se importar com as consequências que isso resultará aos outros (tanto seus parceiros, quanto o fato do número de casos de COVID-19 continuarem).

A solução para o Dilema do Prisioneiro, é o pensamento colaborativo, de entender que se cada um buscar apenas o melhor apenas para si, chegarão a um resultado pior do que se buscarem uma solução melhor para o coletivo.

Deixo ao leitor a tarefa de encontrar a solução para o Dilema do Cabeleireiro.

## 19. MINHA PESQUISA: ANDADORES PARA DEMONSTRAÇÕES DE TEOREMAS

[blogs.unicamp.br/zero/2799](https://blogs.unicamp.br/zero/2799) (13/04/2021)

Quando falo que tenho um Blog de Ciências, várias pessoas (principalmente no mundo acadêmico) já supõem que minha pesquisa tenha a ver com isso (Divulgação Científica) ou impacto dos blogs, ou algo do gênero.

A resposta é não, faço Divulgação Científica por que sinto um dever como alguém financiado pelos impostos, de comunicar sobre ciência para a população, e também porque gosto de escrever esses conteúdos (com sorte este deve ser o blog mais estranho de toda essa comunidade).

Mas bem, o que eu pesquiso afinal?

Pesquiro sobre um modelo de “andador” para demonstrações de teoremas.

Sim, um andador, semelhante àqueles utilizados por crianças pequenas para que sejam estimuladas a caminhar sozinhas e assim desenvolver mais rápido suas habilidades psicomotoras.

Mas o que seria esse andador para demonstrações de teoremas?

Para explicar isso, primeiro deixe-me contar um pouco (baseado em minha experiência acadêmica na

Matemática) como as pessoas aprendem a demonstrar.

Na maioria das disciplinas de Matemática (para turmas de Matemática), em determinados momentos o docente interrompe a apresentação dos conteúdos com a intenção de “mostrar” como se chegar naquele resultado (ou seja, fazer uma demonstração).

Os discentes que acompanham a aula assistem atentamente aos “movimentos” do docente, que meticulosamente perpassa por toda a trajetória que envolve a demonstração.

Apesar de dar uma imensa satisfação (talvez não imensa, mas dá um gostinho bom pelo menos) de assistir alguém demonstrando, a participação do discente é passiva, e por vezes sequer tem condições de observar o trajeto pelo qual percorreram (entender os problemas no domínio, as propriedades utilizadas, os movimentos ardilosos que foram necessários...).



Contudo, apenas observar o docente demonstrar as coisas, isso nem de longe é o suficiente para entender como escrever uma demonstração por conta própria.

Segue então para o “processo usual” de aprendizagem, o estudante procura nos livros as ocasiões onde se demonstram algo, porém há uma certa tendência dos livros mostrarem geralmente exemplos triviais, demonstrações extremamente simples e quase desnecessárias (salvo alguns livros tidos como hardcore, que realmente demonstram coisas ‘divertidas’), dando a entender que a coisa toda saiu de forma tranquila e até mesmo “Natural”.

Então após algumas tentativas, várias quedas, o estudante começa a demonstrar aquilo que o livro oferecia (e se sente confiante de que entendeu como demonstrar).



O passo seguinte é que acaba encontrando demonstrações não tão 'comportadas', demonstrar isso é trágico, pois foge ao trivial, e começa a exigir algumas artimanhas e esquemas criativos.

Se o estudante seguir por esse caminho, serão muitos tropeços, muitas quedas, muitas tentativas, até que consiga as habilidades necessárias para andar nesse caminho.

Esse processo é trabalhoso, leva tempo e de certo modo, desanima muito, apesar de um tanto duro essa forma de pensar, do modo como segue, é o que separa aqueles que seguirão na Matemática dos que migrarão para outras áreas.



Uma alternativa 'ideal' para esses tropeços, é o acompanhamento do discente por alguém que saiba caminhar bem por esse trajeto, mas que diferente de mostrar como se caminha, dá suporte ao discente, para que este consiga caminhar sem tantos acidentes.

Digo que é uma alternativa 'ideal' pois na prática isso não ocorre, a maior parte do nosso tempo de estudo é solitária ou com outras pessoas tão perdidas quanto nós.

Ter alguém com domínio no conteúdo para nos ajudar nessa etapa é mesmo incomum ou até mesmo ilusória, pois não basta ter esse acompanhamento por 5-10 minutos, é algo que leva um pouco mais de tempo e práticas regulares.



E aí surge o meu objeto de pesquisa. Andadores para demonstração de teoremas.

Ou seja, estruturas autônomas que podem ser utilizadas pelo discente em seu próprio tempo para praticar o percalço por trajetos mais acidentados, sem tantos tropeços e quedas.

Desse modo, tenho por hipótese que o estudante quando acompanhado dessas estruturas, venha a desenvolver de forma mais rápida e menos 'sofrida', as habilidades necessárias para andar nesse caminho.

Fazendo com que quando o andador for removido, o estudante consiga lidar sozinho com várias dessas demonstrações não tão 'comportadas'.



Assim, dentro dessa hipótese, investigo diferentes estruturas que podem ajudar nessas habilidades enquanto comparo o desenvolvimento discente nessas estruturas com a forma tradicional de aprendizagem de demonstrações e com o uso de variantes desses andadores.

Até o momento, me baseio nas observações com este recurso de 115 participantes em 5 disciplinas oferecidas em Universidades Estaduais e Federais.

Nesse ínterim, percebo principalmente que o uso dos andadores auxilia mais aqueles que inicialmente (nas observações sem andadores) tropeçavam mais (escreviam passos com erros lógicos, conceituais, incompletos ou desnecessários), que após o uso dos andadores, esses acidentes diminuem muito.

Contudo, percebo que nos estudantes mais habituados a demonstrar (que inicialmente já conseguiam apesar de alguns tropeços, chegar em

um resultado satisfatório), o uso dos andadores trouxe uma melhora equivalente ao não uso dele. Nesse caso, suponho que a própria prática do estudante com mais demonstrações (independente do suporte) tenha sido a causa dessa melhora.

Bom, é isso que eu pesquiso, abaixo apresento um vídeo de 3 minutos que ajuda a entender o que são esses andadores.

<https://youtu.be/40tUL0U5f2g>

## 20. GRÁFICOS SENSACIONALISTAS

[blogs.unicamp.br/zero/2810](https://blogs.unicamp.br/zero/2810) (17/04/2021)



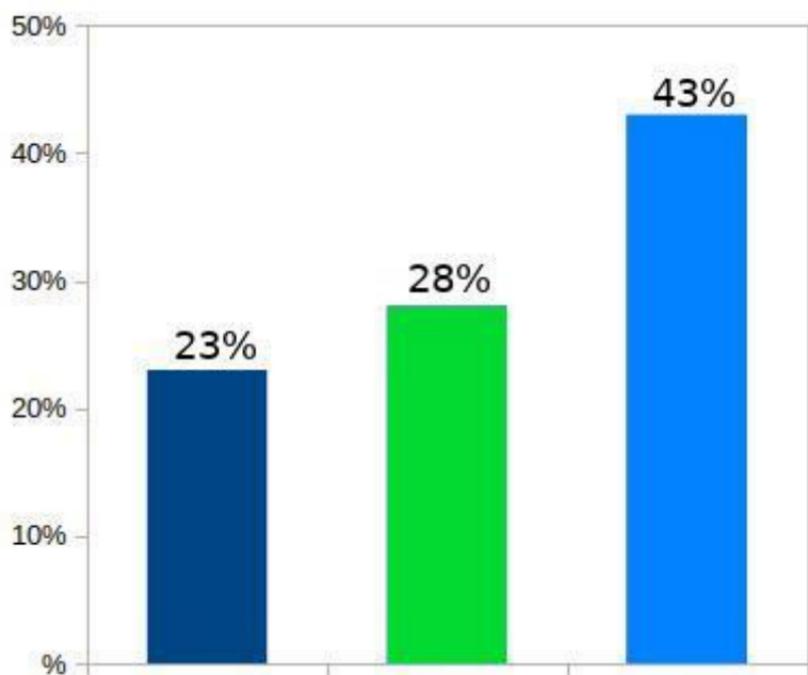
É assustador saber que nesse gráfico, a coluna vermelha representa uma população cerca de 426% maior do que as outras colunas juntas.

Alguns podem pensar que esse gráfico é falso ou que os dados foram manipulados para favorecer alguma ideia.

Contudo, é triste admitir que este gráfico está correto e isso nos diz muito sobre como percebemos a informação.

A ideia desse post surgiu já faz algum tempo quando assistia Monty Python, e me deparei com o quadro “Spectrum – Talking About Things” do episódio 12 da série, intitulado “The Naked Ant”.

Neste episódio, o apresentador de TV mostra o gráfico abaixo enquanto fala sobre seu significado:



*“Nesse gráfico, essa coluna representa 23% da população. Esta coluna representa 28% da população e esta coluna representa 43% da população. Figuras reveladoras, de fato.”*

A ironia é que tanto esse gráfico, quanto aquele apresentado no começo do post, estão corretos ao mesmo tempo que não dizem nada.

Ambos se referem à porcentagem da população representada a partir de gráficos de colunas, no qual cada coluna tem seu tamanho relativo com a porcentagem da população da qual representa, e só isso.

Ok, esse post foi sobre uma “piada”, só isso?

Não.

A ideia desse texto é falar um pouco sobre gráficos e seu poder de ser sensacionalista inclusive dentro do meio universitário.

Já vi muitas apresentações de projetos e resultados de pesquisas, tanto de gente nova quanto do pessoal mais experiente, e há essa tendência de “pôr um gráfico” no meio.

De fato, alguns gráficos te permitem enxergar as coisas com uma clareza e percepção imediata, você consegue identificar diferenças ou propor constructos a partir deles, e até mesmo entender os resultados de longos estudos de maneira simples.

Quando bem usados, gráficos auxiliam imensamente na compreensão da informação apresentada, mas o contrário também é verdade.

Fica assim um cuidado a se tomar na hora de “por um gráfico”, ele tá dizendo algo de importante sobre aquilo que desejo informar?

Também, a estrutura do gráfico é adequada para esse tipo de informação?

Um gráfico de setores para uma população de dois sujeitos é redundante, embora já tenha visto alguns assim.

No geral, antes de pôr um gráfico, gosto de experimentar vários formatos disponíveis no software que estou usando, mesmo que já tenha mais ou menos em mente qual eu queira, às vezes a gente acaba se surpreendendo com a forma como a informação se encaixa melhor em um formato um pouco inusitado.

Apenas para não completar o post sem nenhum gráfico de exemplo, vou aproveitar para fazer um pouco de merchandising sobre esse blog.

Durante os 686 dias em que esse blog encontra-se ativo (primeiro post foi em 1 de junho de 2019, e hoje é dia 17 de abril de 2021), tivemos 63.337 visualizações e dos 172 posts publicados, os 10 posts com mais visualizações tiveram as seguintes quantidades de visualizações:

[Quantos graus tem o ângulo interno de um polígono regular de infinitos lados?](#) // 7.061 visualizações

[Matemática vs Cadeados de Segredo](#) // 6.422 visualizações

[Earth-Prezel Hypothesis](#) // 2.939 visualizações

[Código ENEM – o padrão secreto da prova](#) // 2.787 visualizações

[Lado Negro do Xadrez](#) // 2.451 visualizações

[Leite no cereal: bebida, caldo ou molho?](#) // 2.022 visualizações

[Séries retráteis](#) // 1.749 visualizações

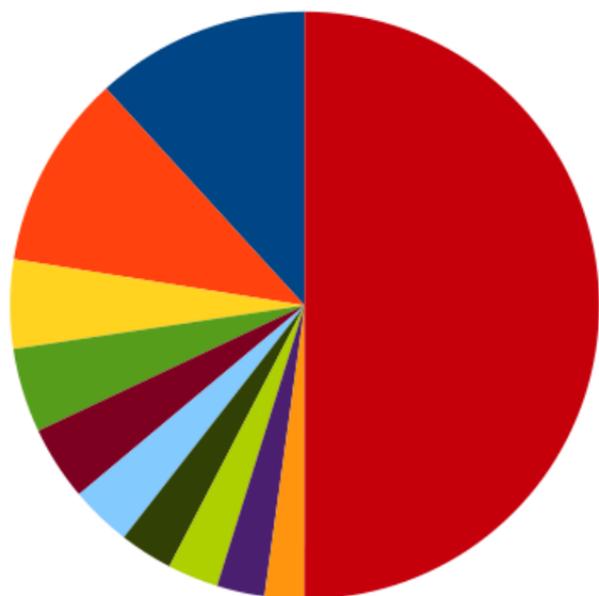
[Primo de Sheldon](#) // 1.678 visualizações

[Produto Vetorial explica o Poder de Luta em Dragon Ball](#)// 1.571 visualizações

[Calm down Pythagoras... we solve this](#) // 1.309 visualizações

Todos os outros posts // 29.989 visualizações

Expressar isso em um gráfico pode ficar um pouco mais claro:



- Quantos graus tem o ângulo interno de um polígono regular de infinitos lados?
- Matemática vs Cadeados de Segredo
- Earth-Prezel Hypothesis
- Código ENEM – o padrão secreto da prova
- Lado Negro do Xadrez
- Leite no cereal: bebida, caldo ou milho?
- Séries retráteis
- Primo de Sheldon
- Produto Vetorial explica o Poder de Luta em Dragon Ball
- Calm down Pythagoras... we solve this
- Todos os outros posts

Com um vislumbre vemos que os 10 mais lidos, quase equivalem às visualizações de todos os outros 162 posts juntos (uau, que gráfico poderoso!).

## 21. CAÇA AO VAMPIRO NO EXPRESSO DO ORIENTE

[blogs.unicamp.br/zero/2831](https://blogs.unicamp.br/zero/2831) (18/04/2021)

*Era verão em Budapeste no ano de 1931, quando a vampira Helena se preparava para retornar a Paris.*

Ser um vampiro exige, dentre vários cuidados, uma atenção redobrada com o sol e ao seu caixão enquanto é dia, para isso ela contava com uma comitiva de aproximadamente 20 vassallos dentre estes, homens, mulheres, idosos e crianças para auxiliá-la.

Esses vassallos tiveram seu sangue sugado e mente dominada por ela, de modo que continuassem humanos mas fossem obedientes e leais a ela.

No dia da viagem o clima em Budapeste estava bem chuvoso, os vassallos de Helena levavam os pertences dela junto ao seu caixão para a estação de trem.

Ali enquanto aguardavam ao trem que vinha de Istambul mas estava atrasado devido a uma tempestade, seus vassallos aproveitaram para ajustar seus relógios de acordo com a estação.

Após o embarque, os vassallos de Helena se certificaram de acomodar seu caixão no vagão de cargas, e ocuparem o último vagão de passageiros para garantir a segurança de sua mestra.

As horas foram passando, e sempre que algum funcionário da ferroviária se dirigia ao vagão de cargas, dois vassalos armados o acompanhavam, garantindo que nenhum mal ocorresse àquele caixão.

Pelo tempo de viagem, os vassalos imaginavam estarem próximos de seu destino, quando são surpreendidos com um forte som de metal vindo do vagão de cargas.

Assustados foram ver o que ocorria, a porta do vagão estava trancada por fora, e os vagões haviam sido separados do restante do trem.

Seguindo em velocidade menor, os vagões de carga foram se afastando do restante do trem.

Os vassalos começam a se mobilizar, alguns tentam quebrar a porta, enquanto outros se dirigem aos vagões dianteiros para frear o trem, mas percebem que a outra porta também encontra-se trancada.

Enquanto tentavam arrombar ambas as portas, os vagões foram se afastando tanto quanto era possível enxergar, e de longe viram alguém parado na ferrovia, e logo depois os vagões de cargas seguindo em uma direção diferente do restante do trem.

No vagão de cargas, estava uma moça de 30 anos, de cabelos curtos, pequena e ágil, escondida em uma das malas desde antes do trem chegar em Budapeste.

Agora que ela havia separado o vagão de cargas do restante do trem, sua velocidade diminui.

A moça olhava para aquele caixão e sabia muito bem o que havia ali, sentindo uma forte aura de morte ao seu redor, corre para a outra porta do vagão, nesse momento a tampa do caixão salta como se fosse um material muito leve, mas ao cair sobre o piso do trem chega a tremer o vagão, indicando seu imenso peso e mostrando as inúmeras travas internas que protegiam aquele sarcófago de ser aberto levemente.

Do caixão, quase que em um piscar de olhos, estava de pé Helena, com 1 metro e 80 de altura, pele de marfim, olhos amarelos e um sorriso que lembrava o de uma fera diante a sua presa, enquanto observava com curiosidade a moça que separou os vagões, exclamando:

*Depois de tanto trabalho para enganar meus vassallos, nem chegou a tentar abrir meu caixão?*

*Estava ali realmente com intenção de me matar ou só segue ordens?*

A moça diante de Helena, não hesita, passa pela porta do vagão, trancando-a, soltando o vagão dos demais e trancando a porta do seguinte.

Helena caminha até o fim de cada vagão, arrebatando a porta trancada com um simples toque, e saltando a distância entre os vagões com a calma e suavidade de um pássaro que voa.

Enquanto aquela moça agilmente segue soltando os vagões e trancando as portas, Helena a segue com curiosidade.

Até encurralá-la no último vagão, enquanto a moça puxava os freios para reduzir a velocidade do vagão.

Helena sorri, dizendo que ela era muito hábil nisso, com certeza sua família deveria ser do ramo das ferrovias, seria um prazer se ela dissesse seu nome completo, para que ela pudesse matar apenas sua família, já que viajar de trem é tão prazeroso, que detestaria matar outros ferroviários e atrapalhar esse magnífico serviço.

A moça acuada, com olhos de raiva chora diante de Helena, demonstrando seu ódio àquela criatura, declarando que desejava sua morte, dizendo que seu nome era Clarice, quando e onde a vampira fez as atrocidades que fez e que ela havia destruído sua família.

Que a odiava todos os dias da sua vida e só traria paz a seus pais e irmãos, o dia que Helena morresse! Helena ouve com curiosidade, respondendo que aquilo tudo que ela disse era deveras interessante, pois era mentira, embora não se importe com seres insignificantes como os humanos, carregava a maldição de ter uma memória eidética, assim, jamais esqueceria de nada, por menos importante que possa ser, e sabia de quem ela falava, e de fato deixou uma menina viva naquele dia, e ela se chamava Clarice,

mas não era ela, o rosto era diferente, e isso deixava a história ainda mais curiosa.

*Por que mente para mim, Clarice? Tudo bem se eu te chamar de Clarice?*

Clarice diz que pretendia atrasar a viagem de Helena até que amanhecesse, onde poderiam quebrar o caixão dela e expor o monstro à luz do sol, e Helena diz que foi um plano ardiloso, alterar a data da viagem, modificar o horário do relógio na estação de trem para dificultar os vassallos de perceberem o atraso e assim não se atentarem ao nascer do sol, seguindo esse plano, era esperado que tivessem até reduzido a velocidade do trem, mas Helena mexendo em seus ombros, diz que não sentiu naquela noite que o trem tivesse reduzido sua velocidade, talvez tenham esquecido disso em seu plano, mas de todo modo não faria diferença.

Helena explica que sua percepção do tempo é perfeita e sua inteligência superior à dos humanos, sabia exatamente quantos segundos haviam se passado desde o embarque, que agora eram 4 e 26 da manhã no horário de Budapeste e mesmo num dia tão próximo ao solstício de verão, o sol em Budapeste não deveria nascer antes das 4 e 47 da manhã e não antes das 5 e 47 da manhã em Paris.

Ou seja, dependendo do quão perto de Paris elas estavam, isso deveria dar para Helena entre 21 e 81 minutos para matar Clarice, voltar até seu caixão e aguardar seus vassallos chegarem.

Na pior das hipóteses (21 minutos), tempo mais do que o suficiente para tudo isso.

Clarice se ajoelha e pede perdão, pede para ser poupada, que ela trabalhava mesmo na ferroviária desde criança e que garantiam que ela não teria que fazer nada, só soltar os vagões e eles fariam o resto.

Helena suspira e diz que sabe quando alguém tem ódio, ou medo:

A hora em que você contou sobre sua família, estava mentindo, e agora que implora por sua vida, também mente, mas afinal menina, você espera mesmo ganhar tanto tempo assim mentindo pra mim?

Clarice então sem se levantar, avança na direção de Helena e segura suas pernas com toda a força, nesse momento, Helena acha inusitado e inócuo, afinal, sequer mirou em sua cabeça ou coração, também não carregava armas, nem nada, o que esperava ali segurando suas pernas?

A reação veio em seguida, com o impacto que o trem recebeu, parece que os vagões soltos anteriormente, agora estavam colidindo com o trem, mas isso não era possível, pois esse vagão estava por último, e havia tido sua velocidade reduzida, ele não deveria ter atingido os vagões da frente.

Helena imediatamente tenta saltar, mas se vê presa por Clarice.

Com um único golpe, despedaça o corpo frágil da moça e se prepara para saltar, mas tinha sido o atraso suficiente para o trem virar e descarrilhar, levando a uma reação em cadeia com os outros vagões, imprensando Helena entre os escombros.

Irritada com o ataque, Helena se levanta toda mutilada, mas regenerando-se rapidamente até de seus ferimentos mais graves, e ergue parte da carroçaria do trem para sair dali e procurar seu caixão.

Nesse momento, avista uma paisagem que sua memória reconhece imediatamente como fazendo parte do trajeto em sentido à Istambul junto ao raiar do sol no horizonte mais cedo do que ela podia esperar.

Em uma expressão de derrota e satisfação diante os esforços daquela menina, Helena é transformada em cinzas e desfeita com o mais suave dos ventos.



Mapa da trajetória do Expresso do Oriente: obtido em [https://pt.wikipedia.org/wiki/Expresso\\_do\\_Oriente](https://pt.wikipedia.org/wiki/Expresso_do_Oriente)

Sobre o post

Sim, isso é um conto de ficção que tive uma inspiração súbita para escrever após terminar de ver a primeira temporada do anime Kimetsu no Yaiba (mais especificamente, o OVA Trem Infinito).

No caso, a inspiração foi com vampiros, caçadores e ferrovias, mas o enredo é original.

Agora algumas explicações que justificam os eventos do conto e porque ele está nesse blog de matemática.

O fato de Clarice ter solto os vagões de carga, foi parte do plano, visto que existia um desvio nos

trilhos, que se encontravam na mesma rota pouco tempo depois.

Quando ela soltou os vagões, esses continuaram na sua velocidade, enquanto ela reduziu a velocidade do último.

Uma pessoa na ferrovia, mudou a direção na qual os vagões seguiram, fazendo com que percorressem uma distância maior, e mudando a direção novamente para que o último vagão, que estava mais lento do que os outros, fosse pela rota mais curta, mas agora na frente de todos os outros vagões.

Com isso, foi apenas questão de tempo até que os demais vagões encontrassem o último, e começassem a colidir.

Ganhando tempo para que o plano de expor Helena ao nascer do sol funcionasse.

Baseado na previsão para o dia 15/06/2021 pelo site [sunrise-and-sunset.com](http://sunrise-and-sunset.com), que é o período do ano no hemisfério norte em que os dias são mais longos, chegamos que no fuso-horário de Paris/Budapeste, o sol deveria nascer em Paris às 5h47, em Budapeste às 4h47 e em Istambul às 4h32.

Isso faz com que a margem de segurança da Helena, mesmo com sua perfeita percepção do tempo, estivesse atrasada em 15 minutos (quando Helena disse que na pior das hipóteses faltaria 21 minutos pro nascer do sol, faltava na verdade 6 minutos).

Assim, a derrota de Helena se deu pelo próprio movimento de rotação da Terra no qual Helena não considerou que pudessem estar viajando para o Leste em vez do Oeste.

Isso explica também porque no plano de Clarice, não reduziram a velocidade da locomotiva para atrasar Helena de chegar em seu destino, pois era do interesse de Clarice que corresse com a locomotiva o máximo para o Leste quanto fosse possível.

Tentei criar um conto de modo que os caçadores não demonstrassem nenhum poder especial além da sua própria astúcia e do conhecimento científico, ao mesmo tempo que a vampira não fosse diretamente confrontada por armas ou itens, senão a própria luz do sol.

## 22. CERCO À ÚLTIMA BESTA DE GÉVAUDAN

[blogs.unicamp.br/zero/2850](https://blogs.unicamp.br/zero/2850) (20/04/2021)

Em 1890 houve um inverno assolador na província de Gévaudan, no centro-sul da França, que levou oito viajantes (Alberto, Bruno, Cássio, Diego, Eduardo, Francisco, Gabriel e Henrique) a buscarem abrigo num pequeno forte abandonado nas montanhas Margeride.

Todos viajavam sozinhos e não se conheciam até o momento.

Chegando no local rapidamente se mobilizaram para acender a lenha e encontrar mantimentos, que por curiosidade, estavam bem conservados apesar do local ter sinais de que fora atacado.

Estabilizados da nevasca, foram descansar, mas logo na primeira noite, Henrique foi atacado e desapareceu, deixando pedaços de seu corpo no local, parecendo que um grande animal como um urso o havia devorado.

Os sete remanescentes trancaram todo o forte e buscaram com armas pelo animal escondido.

O forte não era grande o suficiente para que aquela criatura pudesse se esconder, sendo a hipótese mais provável de um urso que acordou da sua hibernação e após o ataque voltou para a floresta.

Contudo, na noite seguinte Gabriel foi morto pelo que parecia ser a mesma criatura, imediatamente buscaram aberturas no forte, de onde ela pudesse ter entrado, mas confirmaram que o local todo estava fechado e que aquele animal não estava ali dentro.

Isso levou a uma conclusão terrível de que um dos seis seria o responsável pelas mortes.

A desconfiança mútua levou todos a buscarem se proteger dos outros, mas nessa noite ouve-se um disparo e Francisco foi morto.

Seu corpo repleto de dilacerações estava no local e a arma ainda firme em sua mão, parecia ter disparado contra o chão.

O medo seguia, todos buscavam se proteger sem confiar em ninguém mas também incapazes de deixar o forte em meio à nevasca.

Na noite seguinte os cinco viajantes foram dormir com as armas preparadas, mas isso não adiantou, ouviram um disparo e Eduardo foi morto, seu corpo repleto de ferimentos estava no local e a arma ainda firme em sua mão, parecia ter disparado contra a parede.

Na manhã seguinte, Alberto chamou os restantes para o salão onde apresentou quatro estojos com pares de pistolas.

Disse que todas estavam carregadas e que precisavam dar um fim naquele dilema antes que a Besta matasse a todos.

Assim, como ninguém ali poderia provar de fato sua inocência, seria mais do que justo que votássemos apontando as pistolas para dois suspeitos de serem a Besta, e executaremos assim o mais votado.

	<b>Alberto</b>	<b>Bruno</b>	<b>Cássio</b>	<b>Diego</b>
<b>Alberto</b>		X	X	
<b>Bruno</b>			X	X
<b>Cássio</b>	X			X
<b>Diego</b>		X	X	
<b>Votos</b>	1	2	3	2

Após a votação, estava decidido que Cássio seria executado.

Então Diego, sem mudar a mira, puxa seus dois gatilhos.

Largando em seguida as armas e avançando na direção de Alberto.

O corpo de Diego começava a se modificar, seus braços cresciam, seu rosto se alongava como um

focinho de lobo com seus dentes saltando da boca e seus olhos mudavam para uma cor vermelho sangue.

Alberto se viu totalmente paralisado diante aquela situação, não conseguindo falar ou mover seus braços para apontar as armas na direção da Besta, que disse com uma voz que cheirava a morte e parecia oriunda das profundezas:

*Sed quid humana infortunii, si satis esset in suffragium mihi in meus exitium*

*(em latim significa: Mas que azar humano, bastaria um voto se eu contra mim, para minha ruína)*

A criatura se aproximava de Alberto, quando Cássio, ileso, a surpreende disparando com as duas pistolas a queima-roupa, derrubando-a.

Alberto e Cássio disparam mais vezes contra a Besta e depois a queimam.

Após eliminarem a criatura, sepultam Bruno que morreu no momento em que a Besta sob a forma de Diego, atirou.

Sobre o post

Isso é um conto de ficção baseado na história da Besta de Gévaudan, que supostamente foi morta por uma bala de prata benzida, a qual veio se incorporar no mito grego do Lobisomen.

Contudo, a ideia para essa dinâmica de votos, veio do jogo de dedução social conhecido por

“Lobisomen” (ou “Máfia”, “Assassino”, “Cidade Dorme”), proposto por Dimitry Davidoff em 1986.

Embora haja muitas variações, seu conflito tradicionalmente é centrado numa minoria informada (os Lobisomens), contra uma maioria desinformada (os Aldeões).

Esses papéis (Lobisomens e Aldeões) são atribuídos secretamente aos jogadores no início do jogo, cada Aldeão conhece apenas seu próprio papel, e os Lobisomens conhecem uns aos outros.

Assim, durante a noite, os Lobisomens atacam os Aldeões, e durante o dia ambos os grupos (Aldeões e Lobisomens) se reúnem para votar em quem consideram suspeitos, e caso alguém receba a maioria dos votos, é eliminado.

O objetivo dos Aldeões é que todos os Lobisomens sejam eliminados, enquanto o objetivo dos Lobisomens é que o número de Aldeões e Lobisomens seja igual (garantindo assim que não haverá maioria dos votos contra eles).

Nesse conto, o sistema de votação por pistolas foi inspirado na variação do jogo conhecida por “Lobisomen Incerto”, proposta pelo brasileiro Luis Fernando Dorelli de Abreu, como desafio para o Concurso Internacional de Programação Universitária (International Collegiate Programming Contest), na Regional da América Latina em 2016.

Nela temos apenas um jogador no papel de Lobisomen, enquanto todos os demais ocupam o papel de Aldeões.

O jogo começa com todos os jogadores acusando dois suspeitos, e então ao final dessas escolhas, o Lobisomen se revela.

Nesse momento todos os Aldeões podem escolher entre os dois que acusaram inicialmente, para qual deles será seu voto.

Por fim, o Lobisomen pode escolher entre os dois que acusou inicialmente, para qual deles será seu voto.

Se o Lobisomen receber a maioria dos votos, ele perde. Se o Lobisomen receber uma quantidade igual ou menor de votos que outro Aldeão, ele vence.

Para deixar claro alguns pontos, a Besta (ou o Lobisomen) nesse conto conseguia paralisar quase totalmente um alvo, por isso as pessoas mesmo armadas, quando atacadas, conseguiam se mexer no máximo o suficiente para puxar o gatilho, não sendo possível apontar para o alvo.

A Besta sabia que se tivesse três armas apontadas para ela, poderia disparar em duas pessoas e usar seu poder para paralisar a terceira.

Mas isso não seria o suficiente para impedi-la de puxar o gatilho.

Por isso que ela tem por certa a vitória no momento que percebe terem apenas duas armas apontadas para ela.

Alberto sabia que o comportamento da Besta seria independente da votação, ela atiraria em dois viajantes, dando preferência para aqueles que apontassem para ela.

Se a Besta não fosse a mais votada (recebeu 0, 1 ou 2 votos), ela perceberia a vitória mediante aquela situação, eliminando com os tiros dois dos viajantes e paralisando o terceiro.

Se a Besta fosse a mais votada (recebesse 3 votos), ela saberia que seria executada, de todo modo atiraria em dois dos viajantes e tentaria paralisar o terceiro antes que este disparasse contra ela.

Contudo, a falha da Besta foi assumir como verdade, a afirmação inicial de Alberto, sobre todas as armas estarem carregadas.

Sendo que Alberto carregou apenas uma arma de cada um dos pares distribuídos nos estojos.

No momento que a Besta se viu na vitória (baseada em uma premissa inicial que era falsa), ela disparou com ambas as pistolas, acreditando ter eliminado Bruno e Cássio que apontavam para ela.

Mas na verdade, apenas um dos dois foi morto, enquanto o outro permaneceu ileso, livre do poder

paralisante da criatura, com uma das duas armas carregadas e a certeza sobre seu alvo.

## 23. A INFLUÊNCIA DOS DOUTORES EM SOCIOLOGIA NO NÚMERO DE MORTES POR ANTICOAGULANTES

[blogs.unicamp.br/zero/2869](https://blogs.unicamp.br/zero/2869) (22/04/2021)

Na matemática chamamos de correlação um tipo de relação estatística que determina o quanto a variação de dois fatores se assemelha.

Essa medida varia no intervalo  $[-1, 1]$ , nele, valores altos (próximos de 1) 'podem indicar' que um dos fatores observados exerça influência no número de casos do outro fator.

Do mesmo modo, valores inversamente altos (próximos de -1) 'podem' indicar' que a ocorrência de um dos fatores influencia a não ocorrência do outro.

Por fim, valores próximos de 0 'podem indicar' que não é possível identificar uma relação entre as ocorrências dos dois fatores.

No parágrafo anterior a expressão 'podem indicar' se repete algumas vezes e aparece em destaque, pois devido a facilidade de calcularmos correlações entre quaisquer duas variáveis numéricas (no software Excel você pode fazer isso com 5 cliques de mouse), há uma tendência errônea de assumir esse valor como um indicativo, em vez de um possível indicativo.

Para exemplificar isso, fiz no Excel 1.000 variáveis, cada uma com 10 observações registrando valores entre -1.000 e 1.000 escolhidos aleatoriamente e calculando suas correlações cheguei que a maior delas foi entre as variáveis 25 e 602.

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Variável 25	255	-130	-70	305	10	516	340	-82	293	504
Variável 602	-78	-209	-173	-50	-138	1	-63	-190	-63	44
Correlação: 0,982871684747743										

Embora exista uma correlação alta entre ambas as variáveis, nesse caso ela não significará nada além de uma coincidência estatística.

Um resultado do fato improvável de que duas variáveis sem qualquer relação entre si, seja observada como aparentemente dependentes.

Pois embora improvável, ao compararmos as 1.000 variáveis uma a uma, fizemos na verdade 499.500 comparações.

Uma quantidade que se mostrou suficiente para essa coincidência ocorrer.

Mas se na hora de escrevermos o discurso, ‘ignorássemos’ o total de variáveis comparadas, poderíamos cair no engano de afirmar que “a forte correlação (0.98) entre a variável 25 e 602, indica um fator de dependência entre elas”.

Vamos para um exemplo mais contextualizado:

Nos EUA observou-se que o crescimento do número de doutores em Sociologia entre 1999 e 2009 tinha uma correlação alta (0,81) com a quantidade de mortes anuais causadas por antiacoagulantes (fonte: [https://tylervigen.com/view\\_correlation?id=1279](https://tylervigen.com/view_correlation?id=1279) acesso em 21-04-2021).

Estariam substituindo os médicos por doutores em Sociologia no tratamento de pacientes com anticoagulantes?

Há um desvio dos recursos da saúde neste tratamento para o financiamento de pesquisas em Sociologia?

As teses de Sociologia estão prejudicando os trabalhos com anticoagulantes na área médica?

	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
<i>Doutorados em sociologia concedidos (EUA - National Science Foundation)</i>	572	617	566	547	597	580	536	579	576	601	664
<i>Mortes causadas por antiacoagulantes (EUA - Center of Disease Control)</i>	17	39	39	27	44	46	29	42	47	52	78
<b>Correlação: 0,811086</b>											

Nesse caso, também há uma correlação forte entre ambas as variáveis, mas não significa nada além de uma coincidência estatística devido a quantidade elevada de comparações realizadas, as quais foram omitidas na ocasião desse discurso.

Assim, o valor de uma correlação embora pareça um argumento de peso, por si só não significa nada.

Pode até parecer que o valor de correlação entre as variáveis seja apenas uma questão de opinião, então cada um teria a sua e pronto... mas não.

Entre os fatores que determinam a validade de uma correlação, está o esboço da hipótese anterior ao teste.

Se suspeitamos que dois eventos desempenhem uma relação de dependência entre si, como por exemplo o número de casos de COVID-19 na cidade e a compra de álcool em gel por habitante, podemos reunir bancos de dados relativos a esses eventos e então calcular o quanto a variação de dois fatores se assemelha.

Se obtivermos uma correlação alta (próximo de 1), podemos supor que a preocupação com o aumento dos casos de COVID-19 numa cidade, geram o aumento do consumo de álcool em gel.

Porém, se tivermos uma correlação inversamente alta (próximo de -1), podemos supor que a redução do consumo de álcool em gel numa cidade, gere um aumento no número de casos de COVID-19.

Ambas as suposições derivam da hipótese inicial de que essas duas variáveis exercem uma relação de dependência.

Dito isso, há muitas direções e significados da Estatística aplicados a pesquisas científicas de todas as áreas.

Por exemplo, falamos de valores próximos de 1 ou de -1, porém o que é próximo?

0,9 é próximo?

0,8 é próximo?

0,7 é próximo?

Existe alguma linha divisória clara sobre o que é altamente correlacionado e o que não é?

Se 0,8 é próximo, então 0,79 também é próximo?

Essas são questões cujas respostas não podem ser definidas mediante regras universais.

Tanto que é comum em cursos de graduação e pós-graduação, vemos disciplinas de estatísticas específicas para a demanda de cada área: “Estatística para Nome\_do\_Curso”.

Pois dentre as muitas perguntas e meandros dessa área, é desejável que os pares estejam de acordo com os valores e conceitos aceitos como suficientes.

Por exemplo, uma pesquisa com 10 participantes é muito ou pouco?

A resposta é depende.

Depende de quão representativos eles são, de quantas variáveis estamos considerando para cada sujeito, das intenções do estudo, da generalidade que

se procura, dentre outros fatores que nos impedem de considerar um número como muito ou pouco.

Se pensarmos na representação de um país com mais de 100 milhões de habitantes, 1.000 participantes de uma mesma região podem não ser representativos o suficiente, enquanto 1.000 participantes de 50 regiões diferentes, podem refletir a representação desejada.

Dito isso, há muitas perguntas que se precisa fazer (e entender porquê fazê-las) antes de afirmar algo com base em um teste estatístico.

Por isso, ao dispormos de um banco de dados suficientemente grande, antes de calcularmos como cada uma das variáveis desse banco se correlacionam com as outras, é recomendável definirmos algumas hipóteses para serem averiguadas.

Caso contrário, certamente encontraremos variáveis fortemente correlacionadas, mas que não representam nenhuma relação real entre elas.

Trazendo nesse processo o risco de assumirmos significados que coincidam com nossas crenças pessoais e transformá-las em Fake News 'baseadas em dados', como por exemplo, que as pesquisas de doutorado em Sociologia prejudicaram os tratamentos com anticoagulantes.

O fato de termos dados estatísticos que corroboram com isso, não é o suficiente para que essa hipótese se sustente.

Embora pareça algo “simples”, há um universo dentro da estatística e na pesquisa em matemática sobre os testes e seus resultados, cada um se encaixando para perfis bem particulares de dados e que ao seu modo, permitem extrair as melhores interpretações.

Se reduzir ao simplismo de dizer que o valor de correlação leva a uma dependência é um equívoco perigoso assim como usar outras regras universais para inferir essas relações, isso pode levar por exemplo a resultados mal interpretados que se enraízam nas crenças pessoais e permanecem sendo reafirmados como verdadeiras mesmo sem embasamentos científicos mais sérios, em alguns casos, continuam sendo reafirmados até mesmo após especialistas mostrarem que são de fato falhas.

Conversar com estatísticos, matemáticos ou outros profissionais que trabalham com esses testes não é trivial, pois suas especificidades no tratamento com os termos e conceitos comumente aceitos pelos pares, tornam até mesmo o diálogo extrapares difícil.

Mesmo uma afirmação simples, sobre ‘ter correlação’ pode levar a diversas perguntas mais técnicas, como qual a distribuição de probabilidade dos dados, se o teste foi paramétrico ou não-paramétrico, se os dados representam uma população ou uma amostra, qual sua significância, qual a variância e o desvio-padrão

das respostas, qual a confiabilidade do instrumento de coleta, isso entre outras tantas perguntas iniciais necessárias para se discutir um pouco esse assunto.

## 24. ATAQUE AO VAMPIRO INVASOR

[blogs.unicamp.br/zero/2890](https://blogs.unicamp.br/zero/2890) (03/05/2021)

No começo de 1907, a família real russa comemorava a virada do ano com uma tradicional festa e troca de presentes.

O Czar ganhou alguns artefatos encontrados em escavações às ruínas da antiga civilização asteca, dentre eles, uma pequena estatueta de argila.

Algum tempo depois, essa estatueta rachou, sombras saíram dela e cobriram sua filha mais velha, como se entrassem pelas suas vias respiratórias, então logo mais elas sumiram.

A criança, de apenas 10 anos mudou completamente sua expressão, seus olhos meigos agora estavam frios e sua voz gélida como a morte.

Ela se colocou na direção do pai com uma força que não condizia àquele tamanho, e precisou ser detida por 4 guardas em um esforço intenso para segurá-la.

O curandeiro da família, disse reconhecer os sintomas e explicou o mau que caiu sobre a menina como sendo um antigo vampiro do continente americano, que se não fosse expulso daquele corpo logo, poderia matá-la durante a noite, abrindo um buraco em seu peito e caminhando até achar outro hospedeiro.

O Czar, horrorizado, quis saber como resolver aquilo, pois muito se preocupava com a segurança e bem-estar de seu herdeiro, de apenas 2 anos de vida.

O curandeiro explicou que, infelizmente, precisava expor aquela criatura ao poder do próprio sol, mas que ela estava dentro do corpo da menina, então o sol não a atingiria exceto que fosse extraída fisicamente.

Isso viria a matar a garota, mas pelo menos protegeria o restante da sua família de serem possuídos por aquela criatura.

O Czar confiando plenamente em seu curandeiro e com a imagem nítida do que viu possuir sua filha e da força que ela demonstrou, autorizou-o a fazer os procedimentos.

Quando um dos mentores do Czar, que era um Físico de uma universidade inglesa, e não acreditava no curandeiro, viu ali uma solução alternativa.

O Físico propôs que se a criatura fosse fraca à luz do sol, que poderiam acertar a criatura dentro da criança com a luz em uma intensidade suficiente para destruir a criatura.

O curandeiro com um olhar de desprezo diante do Físico, disse que para chegar na intensidade necessária para matar aquele vampiro, do qual o acadêmico nada conhecia, precisaria de uma luz que

queimaria os órgãos da criança, matando-a do mesmo jeito, só que forma mais dolorosa.

O Físico então diz que é possível concentrar essa intensidade de luz sem danos à criança.

O Czar que já tinha perdido a esperança, pede que ele explique melhor.

O Físico diz que baseado no que o curandeiro sabe sobre o vampiro, é possível dizer em que parte do corpo ele se encontra.

Desse modo, podemos acertar o vampiro com feixes de luz que não danifiquem os órgãos da criança.

Mas esses feixes sozinhos não serão suficientes para destruir o vampiro.

Por isso, usaremos muitos feixes, todos atingindo a criança de diferentes ângulos, e se encontrando na posição onde supostamente a criatura está.

O curandeiro quis descredibilizar aquela proposta, dizendo que não funcionaria, mas o Czar, que embora tivesse muita fé em seu curandeiro, disse que seu mentor era um exímio conhecedor da luz, tendo feito diversas descobertas recentes sobre o assunto e se houvesse uma chance disso funcionar, sem que sua filha morresse, então queria tentar.

Os procedimentos foram realizados às pressas e sem descanso por toda uma equipe de físicos e técnicos de confiança do mentor do Czar.

Terminando a estrutura, começaram imediatamente o tratamento, enquanto a criança permanecia sedada. A sala estava cheia de equipamentos e máquinas, somado às luzes era difícil de dizer o que ocorreu.

Alguns dizem ter visto um demônio na forma de fumaça agonizando ao redor da menina, mas isso pode ter sido apenas o que queriam ver.

Terminando o processo, a menina acordou e aquela presença sombria já não estava mais nela.

Não tinham evidências do que era aquilo ou para onde foi, nem mesmo se aquele método foi o responsável pela cura da menina.

Mas a pedido do próprio Czar, aquele assunto foi encerrado ali e mantido em segredo.

Sobre o post

Isso é um conto de ficção.

A ideia para ele surgiu do capítulo 57 do mangá Dr. Stone, onde com recursos primitivos os personagens procuram uma forma de derreter o Tungstênio.

O problema, é que nenhum recipiente aguentava a elevada temperatura de 3.422 graus Celsius necessária para isso.

A solução foi combinar todos os métodos disponíveis para aquecer aquele material, mas partindo de direções diferentes.

Assim, o entorno do Tungstênio permaneceria em uma temperatura suportável para o recipiente, enquanto o calor se acumularia apenas na intersecção entre as fontes, que é o alvo a ser derretido.



Cena da respectiva combinação de métodos (extraída de <https://w17.dr-stone.net/manga/dr-stone-chapter-57/>)

Também me embasei para esse conto, em uma forma de tratamento contra células cancerígenas que já existiu e foi assunto até de alguns vestibulares.

A ideia é acertar as células malignas com lasers aplicados na região, mas se fosse uma aplicação

direta em intensidade suficiente para destruí-las, poderia causar danos graves ao corpo do paciente.

A alternativa nesse caso, era a aplicação de vários lasers vindos de ângulos diferentes e encontrando-se na região alvo.

Assim, os órgãos ao entorno da região, seriam atingidos, mas não com uma intensidade que gerasse danos graves, enquanto a região de acumulação dos lasers, onde se encontram as células cancerígenas, sofreria o maior dano e proporcionando sua destruição.

Tirando um pouco da ficção do conto, o místico Grigori Rasputin começou a atuar como curandeiro do Czar no final de 1906, sendo visto por alguns como um homem de poderes enquanto outros o consideravam um charlatão.

Também o começo do século XX foi um período marcado pela ascensão das pesquisas científicas sobre a natureza da Luz, o que viria a resultar em teorias como a Relatividade, e também o surgimento de novos campos da Física, como a Mecânica Quântica (curiosidade... se não tivesse escolhido vir para a Unicamp, estaria agora fazendo doutorado na Unesp sobre o Ensino de Mecânica Quântica).

## 25. 31 RECEITAS COM 5 GELATINAS

[blogs.unicamp.br/zero/2907](https://blogs.unicamp.br/zero/2907) (05/05/2021)

Suponha que você teve a estranha vontade de comer uma gelatina de um sabor a cada dia do mês de maio, dia 1 correu no mercado e comprou todas as gelatinas que encontrou, mas chegando em casa, apesar de muitas gelatinas de cada sabor, a variedade de sabores era apenas framboesa, morango, uva, abacaxi e limão.



O que fazer numa situação como essa?

Pegar o carro e seguir vagando pelo mundo atrás de novos sabores de gelatina, ou, resolver seu problema com um pouco de permutação?

Enquanto você não decide, vamos fazendo as gelatinas dos sabores que temos:

Dia 1 – Framboesa;

Dia 2 – Morango;

Dia 3 – Uva;

Dia 4 – Abacaxi;

Dia 5 – Limão.

Mas agora, após pensarmos por 5 dias, já sabemos como resolver esse problema e nossa vontade louca por gelatinas:

Dia 6 – Framboesa-Morango;

Dia 7 – Framboesa-Uva;

Dia 8 – Framboesa-Abacaxi;

Dia 9 – Framboesa-Limão;

Dia 10 – Morango-Uva;

Dia 11 – Morango-Abacaxi;

Dia 12 – Morango-Limão;

Dia 13 – Uva-Abacaxi;

Dia 14 – Uva-Limão;

Dia 15 – Abacaxi-Limão.

Mas se fizemos isso com dois sabores, podemos fazer com mais um sabor:

Dia 16 – Framboesa-Morango-Uva;

Dia 17 – Framboesa-Morango-Abacaxi;

Dia 18 – Framboesa-Morango-Limão;

Dia 19 – Framboesa-Uva-Abacaxi;

Dia 20 – Framboesa-Uva-Limão;

Dia 21 – Framboesa-Abacaxi-Limão;

Dia 22 – Morango-Uva-Abacaxi;

Dia 23 – Morango-Uva-Limão;

Dia 24 – Morango-Abacaxi-Limão;

Dia 25 – Uva-Abacaxi-Limão.

Podemos misturar mais alguns sabores, e teremos:

Dia 26 – Framboesa-Morango-Uva-Abacaxi;

Dia 27 – Framboesa-Morango-Uva-Limão;

Dia 28 – Framboesa-Morango-Abacaxi-Limão;

Dia 29 – Framboesa-Uva-Abacaxi-Limão;

Dia 30 – Morango-Uva-Abacaxi-Limão.

Faltando apenas um dia para fecharmos o mês com um sabor diferente a cada dia, vamos ao grande final:

Dia 31 – Framboesa-Morango-Uva-Abacaxi-Limão.

Pronto, com apenas 5 tipos de gelatinas, 31 receitas para você se deliciar em todo mês de maio.

Mas beleza, o que isso tem a ver com matemática?

Ou será que comi gelatina de mais e agora estou variando das ideias (de fato adoro gelatina e não acredito que exista “gelatina de mais”).

Antes de começar esse post, estava fazendo gelatina e pensando, quantas formas podemos combinar esses pacotinhos?

Esse é um problema de permutação no qual a ordem não importa, ou seja, se eu misturo Abacaxi com Limão, é a mesma coisa que misturar Limão com Abacaxi.

No caso, esse é um problema que se resolve facilmente com a ferramenta matemática chamada “X escolhe Y”.

Ou seja, temos de um conjunto com X elementos, uma quantidade Y a ser escolhida, tal que Y é menor do que X. Vou dar um exemplo:

Tenho 5 sabores de gelatina e preciso escolher 1.

A solução parece “óbvia” e de fato ela é óbvia... mas vamos ver como escrever ela em termos de permutação.

A ferramenta “X escolhe Y” pode ser representada como o fatorial de X, dividido pelos fatoriais de Y e de  $(X - Y)$ .

No exemplo acima, 5 escolhe 1, escreveríamos como:

$$5!/(4!1!)$$

Isso é igual a  $120/(24*1) = 5$ .

Era de fato um caso bem simples de descobrir a resposta mesmo sem essa ferramenta.

Agora, se pensarmos na questão de 2 sabores combinados, temos novamente o problema de “X escolhe Y”, nesses exemplos X será sempre igual a 5, pois representa o total de sabores disponíveis em nosso problema.

O que mudará é Y, que representa aqui a quantidade de sabores que queremos misturar, que nesse caso será 2.

$$5!/(3!2!)$$

Isso é igual a  $120/(6*2) = 10$ .

Já não era um resultado tão fácil de descobrir, mas vejamos como esse conceito nos é muito conveniente para os próximos cálculos.

Agora com 3 sabores, sequer precisamos fazer as contas, pois Y será 3, só que da definição de “X escolhe Y”, temos que 5! será dividido por Y! e por (X – Y)!.

Nesse caso, Y será 3, e (X – Y) será 2. Ou seja  $5!/(2!3!)$ .

Mas como a ordem dos fatores não altera o produto na multiplicação de números reais, temos que  $5!/(3!2!) = 5!/(2!3!)$ , que já sabemos a resposta, vale 10.

O mesmo nos diz que para 4 sabores, teremos  $5!/(1!4!) = 5!/(4!1!) = 5$ .

Por fim, a última combinação, 5 sabores de 5 opções:  $5!/(5!0!) = 1$ .

Lembrando é claro, que  $0!$  vale 1, pois representa a quantidade de maneiras que podemos combinar 0 objetos, e embora pareça contra intuitivo, podemos combinar 0 objetos de 1 maneira.

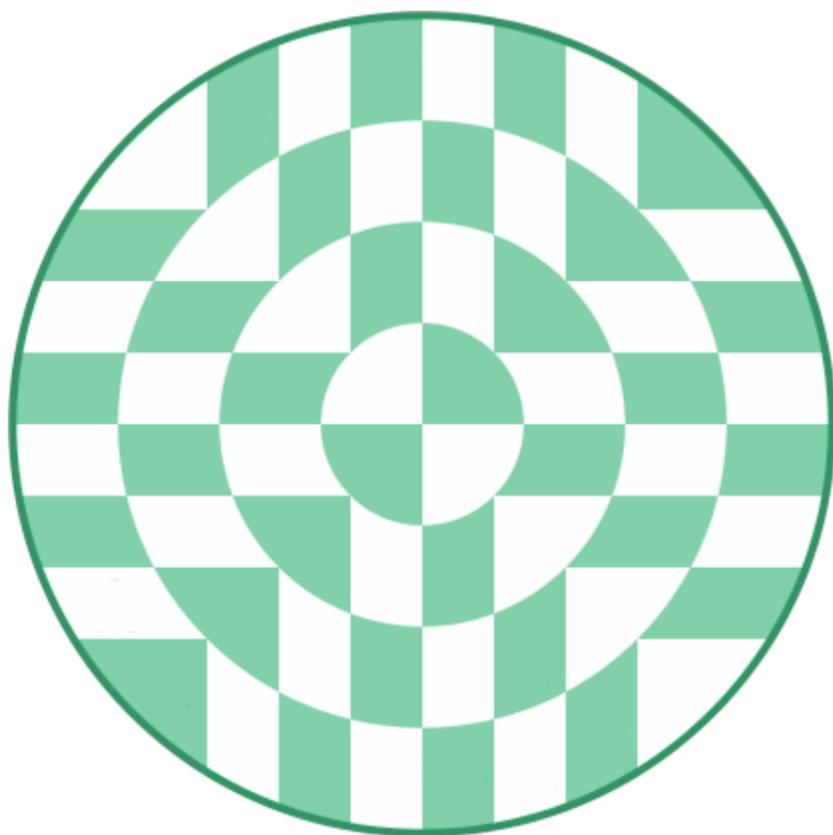
Somando os resultados, chegamos nas nossas queridas 31 receitas de gelatinas

## 26. O CURIOSO XADREZ CIRCULAR

[blogs.unicamp.br/zero/2915](https://blogs.unicamp.br/zero/2915) (09/05/2021)

Imagine um tabuleiro de xadrez comum, retangular com 64 casas.

Então começamos um processo de arredondar suas bordas, arredondando todas as casas de modo que 'quase preservemos' sua estrutura, como mostro abaixo.

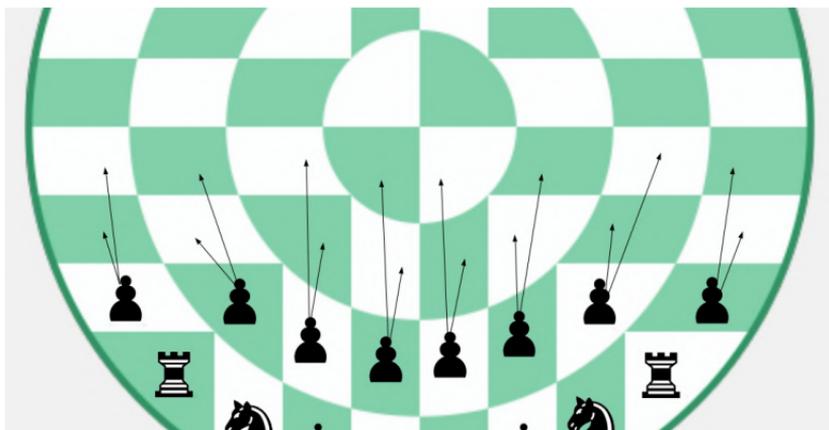


Vamos colocar as peças, para não ficar tão estranho de enxergar.

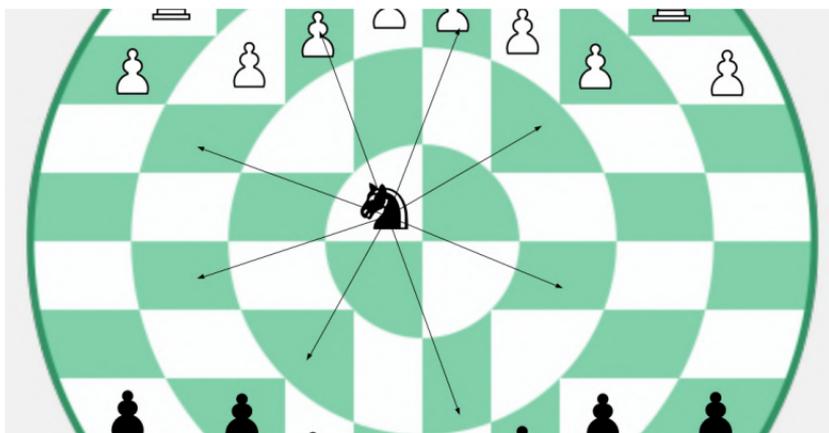


Veja que há uma imensa semelhança para o movimento das peças, vamos mostrar isso de forma mais isolada para facilitar.

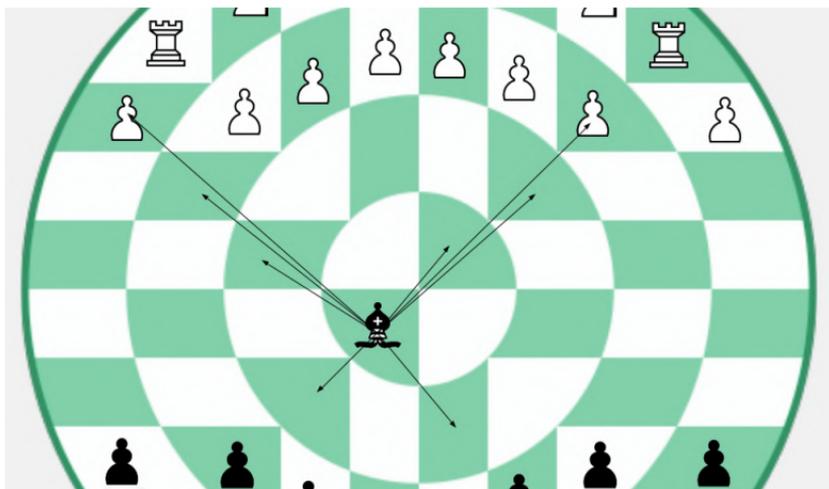
Os peões, por exemplo, podem fazer suas jogadas iniciais da seguinte maneira.



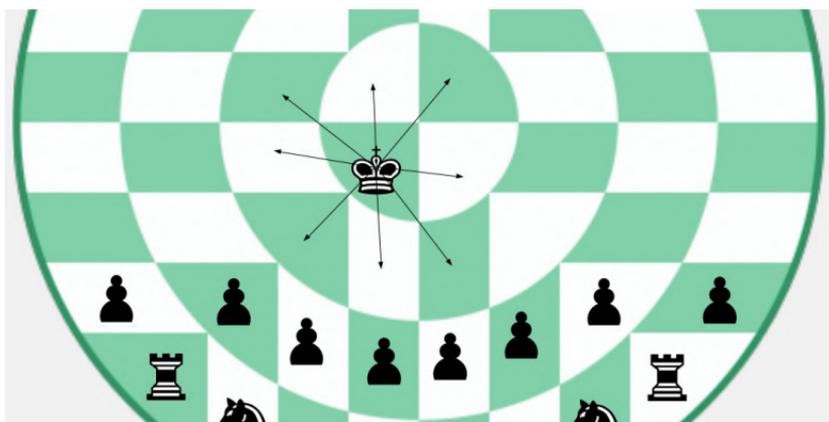
O cavalo também segue tranquilo nesse tabuleiro.



Os bispos não nos trazem nenhum problema nesse formato de tabuleiro.



O movimento do rei não é afetado como mostramos abaixo:

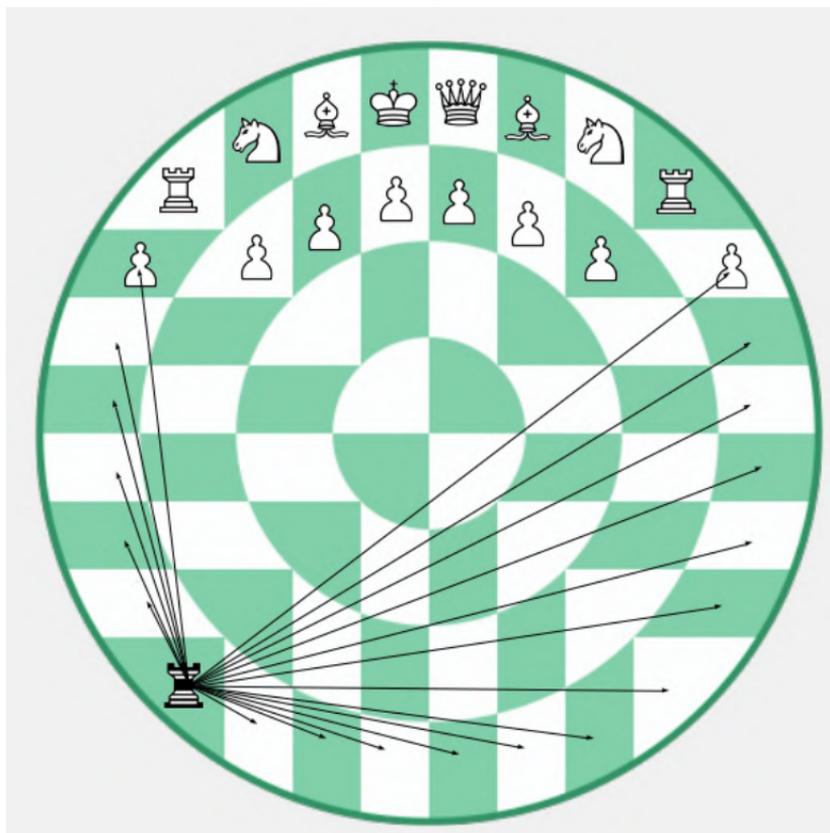


A essa altura do post, você pode estar pensando que o formato circular do tabuleiro é apenas estético, não afetando assim a dinâmica de jogo.

Mas as coisas ficarão divertidas com os movimentos horizontais e verticais ilimitados, como torres e rainhas.

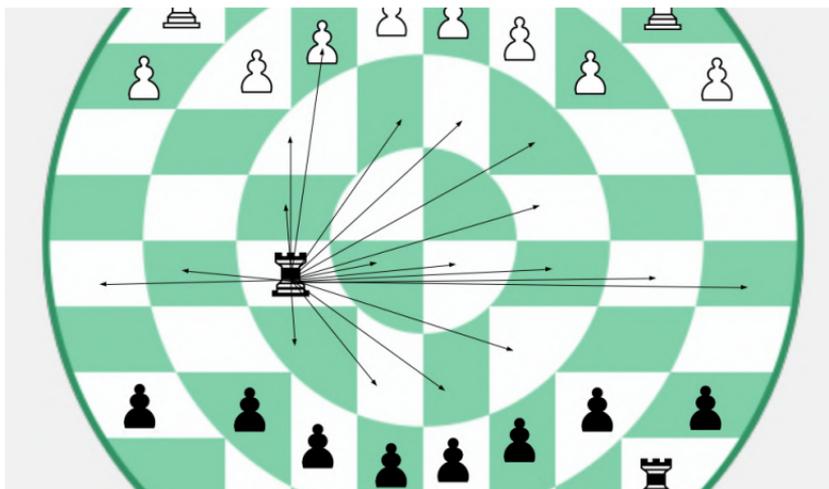


Seguindo a lógica de seu movimento por retas horizontais e verticais, ela poderia mover-se da seguinte maneira:



Afinal, ela 'apenas' seguiu a linha vertical curvada à sua frente, ou a linha horizontal curvada à sua direita.

Vejamos agora um cenário um pouco mais interessante.



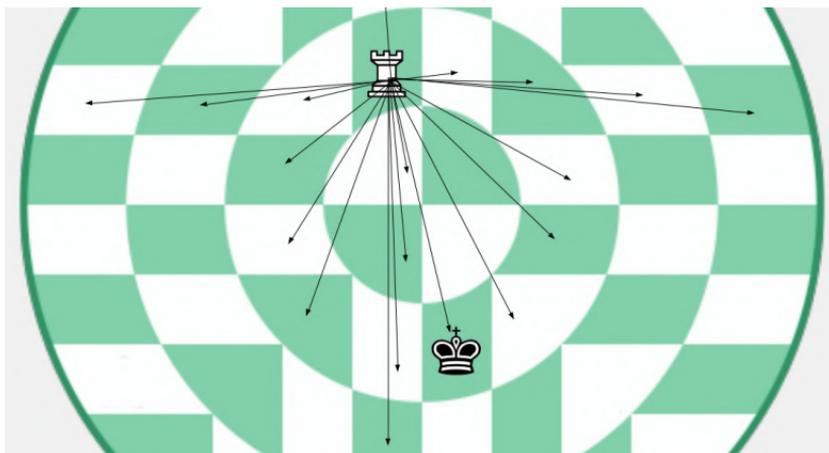
Do mesmo modo que a torre mais afastada do centro, conseguiria seguir uma linha horizontal ou vertical nesse plano curvado, a torre numa posição mais próxima do centro, também conseguiria seguir nas usuais 4 direções (norte, sul, leste e oeste), mas também dentro do seu círculo, em dois sentidos, horário e anti-horário.

Pois nesse tabuleiro circular, temos nossas retas verticais e horizontais, mas também temos que o movimento dentro do círculo no qual a peça se encontra, também se enquadraria como um movimento do tipo horizontal ou vertical.

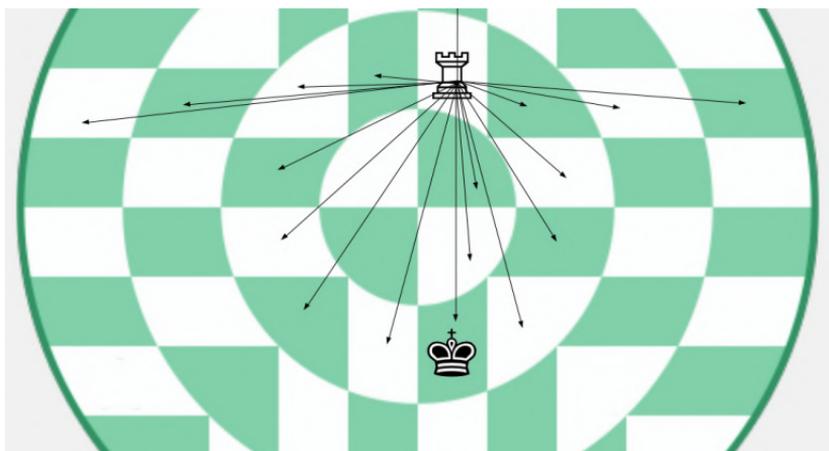
Apenas para instigar sua curiosidade, sobre essa variante 'singular' do xadrez.

Em um post do blog eu discuto porque no xadrez tradicional, [é impossível realizarmos um xeque triplo](#).

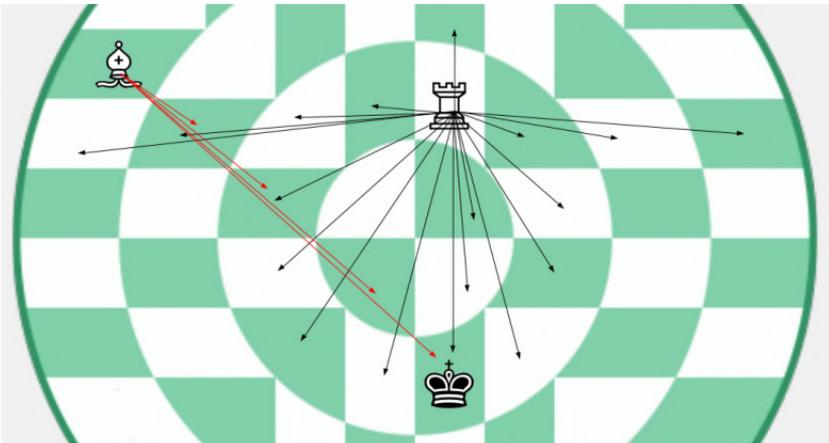
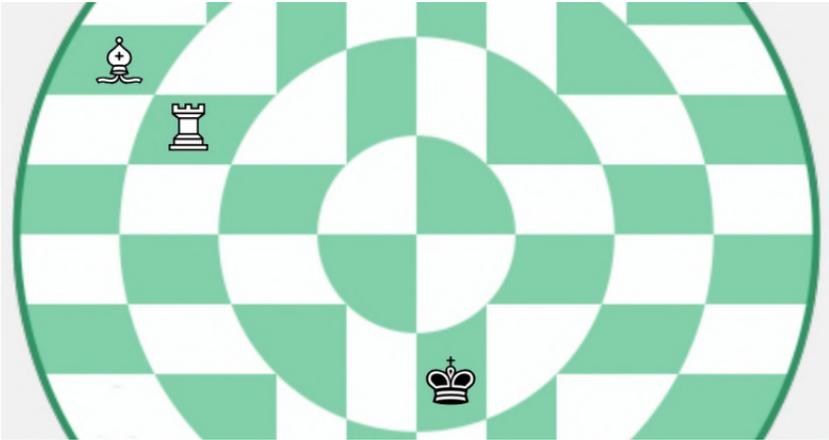
Mas nessa variante circular temos a característica diferente da versão clássica, de uma mesma peça ameaçar outra por mais do que uma direção, isso já não é mais um impedimento, como mostro abaixo.



A torre ameaça o rei pelo seu movimento circular no sentido horário e anti-horário.



Pensando um pouco, podemos fazer até mesmo uma ameaça quádrupla, como mostro nos dois lances abaixo.



Já pensou, ter seu Rei ameaçado por 4 direções diferentes, assustador e curioso, não acha?

## 27. EMBATE CONTRA O MESTRE DA CASA DE BONECAS

[blogs.unicamp.br/zero/2939](https://blogs.unicamp.br/zero/2939) (09/05/2021)

Na Itália, em 1872 o Palácio do Quirinal se tornou um local de terror, repleto de suicídios e loucos.

Foi menos de um ano depois do rei ter confiscado do próprio papa aquele local, ignorando as advertências do pontífice a respeito dos cuidados com a edificação, seguiu em adaptá-la aos seus padrões pessoais.

Paredes foram derrubadas, muita terra escavada até que os casos começassem.

De serviçais a membros da aristocracia, eventualmente começaram a aparecer mortos ou loucos.

Os médicos passaram a considerar o fenômeno como um surto de alguma doença, mas não conseguiam identificar a forma como ela era transmitida, pois parecia diretamente ligada ao interior do Palácio.

Tentaram desinfetar o Palácio para eliminar o que poderia estar causando aqueles sintomas, mas mesmo protegidos contra gases, alguns dos profissionais que entravam ainda eram afetados.

O caso se viu sem solução, levando o rei ironicamente a pedir ajuda ao papa de quem havia confiscado o Palácio.

O pontífice colocou a serviço do rei um simples vigário para ajudá-lo na investigação, contudo o papa justificou que ele era um homem de notável astúcia, tamanha que o próprio diabo teria receio de desafiá-lo para um jogo de azar.

O rei, contudo, encarou aquilo como uma zombaria do papa diante seu irônico pedido de auxílio, mas se conteve e deixou o vigário atuar.

O vigário após ser informado do caso e aceitar ajudar o rei, demonstrou completo desinteresse em visitar o Palácio, procurando primeiro um mapa do mesmo e chamando a todos os que estiveram no Palácio, desde os aristocratas aos serviçais para conversar individualmente.

Suas ações levaram semanas, e eram tidas como uma perda de tempo, mas o vigário parecia pouco se importar com o que viessem a pensar dele.

Após as conversas e de tomar notas sobre elas, o vigário se preparou para entrar no Palácio, deixando claro que entraria sozinho e que nesse período ninguém deveria acompanhá-lo.

Equipado como alguém que iria para uma expedição de vários dias na selva, o vigário adentra o Palácio com o mapa em mente e seguindo para um local do qual os entrevistados não relataram sobre.

O caminho seguia, quando um guarda veio correndo chamar o vigário, dizendo que o papa havia alocado outro sacerdote para aquela investigação.

O vigário diante dessa mensagem, pediu ao guarda que esperasse, pegou uma moeda e começou a lançar para cima repetidas vezes e anotar seus resultados.

O guarda estava impaciente, mas o vigário seguiu com suas ações, até que terminou-as, finalmente se virando de costas para o guarda e ignorando-o por completo, enquanto seguia seu trajeto.

O guarda ficou falando, mas o vigário sequer se virou.

Seguindo seu trajeto, o vigário chegou a uma parte em que havia uma cratera no chão, sendo possível enxergar por ela o andar debaixo do Palácio.

Novamente o vigário parou e começou a lançar sua moeda, até que decide pegar um outro caminho e evitar a cratera.

Outrora após abrir a porta rapidamente viu um grande lobo dentro de uma sala, comendo o que parecia ser uma das pessoas que se matou e cujo corpo não tinha sido removido.

Ainda com a mão na maçaneta, com a porta fechada, voltou a jogar sua moeda tantas vezes quanto fazia.

Depois disso, respirou firme e abriu a porta, o cheiro de carniça estava no ar misturado com o odor daquele animal, que olhava ferozmente para ele.

Mas o vigário seguiu, passando rente ao corpo morto, com as entranhas expostas enquanto o lobo ameaçava avançar nele.

O vigário lançava repetidas vezes a moeda antes de comer ou dormir, e dependendo do resultado, seguia para outra sala e repetia o procedimento antes de realizar essas ações.

Vários dias se passaram desde que ele entrou no Palácio, os guardas do lado de fora achavam que ele já deveria ter morrido ou ficado louco.

Mas seguiam esperando seu retorno ou novas ordens.

Até que ouviram um grito alto e estridente, como se alguém estivesse agonizando.

Esse grito se prolongou por mais do que eles podiam imaginar, era de fato uma agonia que não terminava, junto a um cheiro de madeira e carne queimada.

Imaginavam que o vigário poderia ter ateado fogo em si mesmo para se matar, mas o capitão da guarda ficou mais preocupado com a possibilidade do Palácio incendiar-se com aquilo.

Ordenando imediatamente que entrassem para conter as chamas.

Seguindo o cheiro da fumaça, os guardas a contragosto obedeceram, correndo até onde esperavam encontrar o corpo do vigário.

Mas chegando lá, estava o vigário vivo controlando cautelosamente as chamas ao redor do que parecia ser a raiz de uma grande árvore, cujo formato parecia de uma criança agachada brincando e o som do estalo da madeira ao fogo, lembrava o grito de uma criança.

Além de ter um cheiro que lembrava o da gordura queimando.

O vigário ficou surpreso com a chegada dos guardas que o enchiam de perguntas, mas o vigário pediu que esperassem enquanto nada respondia ao que eles perguntavam, somente pegou sua moeda e voltou a jogar para cima.

Após tantos lançamentos, o vigário então guardou a moeda e disse que já poderiam se retirar, pois se eles conseguiram chegar tão fácil até ali, então era um sinal de que haviam conseguido eliminar aquele mau.

Após saírem do Palácio, vieram questionar o que havia ocorrido lá dentro, mas o vigário disse que fazer uma narrativa sobre aquilo em detalhes somente traria mais confusões e não serviria de nada a quem ouvisse.

O caso enfim foi arquivado pelo vigário com o nome de Mestre da Casa de Bonecas.

Sobre o post

Esse é um conto de ficção sobre uma criatura capaz de criar ilusões a partir de seu imaginário.

No caso, vários espólios das Cruzadas passaram por aquele Palácio, dentre eles, alguns que nunca deveriam ter saído de seus locais de origem.

A solução papal para esse problema séculos atrás, foi selar com concreto em definitivo vários corredores do Palácio, o que não foi compreendido nem pelos próprios cardeais, e ficou interpretado como uma doença que atingiu o Palácio e estariam isolando o foco de origem, sem que houvesse mais claro o que aconteceu de fato.

Mas com as reformas do rei, esses locais foram abertos, e os que tiveram contato com essas partes acabaram sendo afetados pelo poder dessa criatura.

O levantamento inicial de dados daqueles que passaram pelo Palácio, serviu para o vigário definir essa hipótese e pensar em um método para se discernir entre o real e a ilusão.

A ideia da moeda, já foi mencionada em outro post desse blog ([Como se tornar um mestre em Pedra, Papel e Tesoura?](#)), mas ela se baseia no fato de que imaginar a aleatoriedade é de fato difícil, para deixar mais claro, no livro “El azar en la vida cotidiana” de Alberto Rojo, há um famoso experimento de aleatoriedade no qual um professor pede para um grupo de estudantes lançar 100 vezes uma moeda e

anotar os resultados e para o outro grupo inventar 100 resultados para o lançamento de uma moeda.

Após completarem as duas listas, sem que o professor saiba qual é qual, entregam-no ambas.

Ele então analisa a quantidade de resultados iguais seguidos.

Na primeira lista os resultados iguais seguidos variam de 1 a 5.

Enquanto na segunda lista os resultados iguais seguidos variam de 1 a 8.

Com isto o professor aposta que a segunda lista descreve os lançamentos da moeda e a primeira lista foi inventada.

Pois é improvável em 100 lançamentos não obtermos sequências de mais de 5 resultados iguais seguidos.

Seguindo essa mesma dinâmica, o vigário em cada sala que entrava, ou em cada momento de dúvida sobre a realidade ou a ilusão, se colocava a jogar uma moeda centenas de vezes.

Analisando a quantidade de resultados iguais em sequência, conseguia arriscar em dizer se aquele 'evento' de jogar moedas, foi real, ou foi uma ilusão forjada pela criatura.

Por isso seu avançar no Palácio era extremamente lento, mas também lhe dava alguma segurança para dizer quando uma ameaça era real ou não.

## 28. DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA DE TEORIA DA MEDIDA

[blogs.unicamp.br/zero/2963](https://blogs.unicamp.br/zero/2963) (29/05/2021)

Quando pensamos na Divulgação Científica, é importante que os elementos da comunicação estejam presentes no processo de diálogo entre o pesquisador e o público.

Segundo Terra e Nicola [1], a palavra comunicação tem raiz na palavra comum: comunicar é o ato de tornar comum, conhecido.

Jakobson [2] defende que para ocorrer a comunicação faz-se necessária os seguintes elementos:

<b>emissor</b>	alguém que transmite a mensagem
<b>receptor</b>	a quem a mensagem se dirige
<b>mensagem</b>	informação que se pretende transmitir
<b>código</b>	um conjunto comum ao emissor e ao destinatário formado por elementos e regras que permitem o entendimento da mensagem
<b>referente</b>	que envolve o assunto, a situação entre o emissor e o destinatário e o contexto linguístico da mensagem
<b>canal</b>	meio físico para transmitir a mensagem

**conexão  
psicológica**

que leva o destinatário a se interessar pelo que transmite a mensagem transmitida

Para contextualizar essa discussão, tomaremos a Teoria da Medida.

Um campo de estudos da matemática que foi desenvolvida entre os séculos XIX e XX por Emile Borel, Henri Lebesgue, Johann Radon e Maurice Fréchet, cujas principais aplicações são:

fundamentar a integral de Lebesgue, que generaliza a integral de Riemann;

axiomatizar a teoria de probabilidade feita por Andrey Kolmogorov;

definir integral em espaços mais gerais do que os euclidianos [3].

Assim, seguem três exemplos de divulgação científica de Teoria da Medida.

No meme abaixo o humor encontra-se no fato da Integral de Lebesgue, um dos campos de estudo da Teoria da Medida, ser aplicável sem várias das condições necessárias para realizar a Integral de Riemann.

Assim, o personagem a esquerda defende a Integração segundo os requisitos necessários para a Integral de Riemann, enquanto o personagem da direita sequer se importa com qualquer um desses

requisitos e já assume que a Integral de Lebesgue funcionará.



Você não pode simplesmente integrar uma função que falha no teorema da convergência monótona!

Você não pode simplesmente integrar em estruturas no espaço não-euclidiano!

Você não pode simplesmente integrar integrais ilimitadas sem tomar um limite!



Haha, vai lá Integral de Lebesgue!

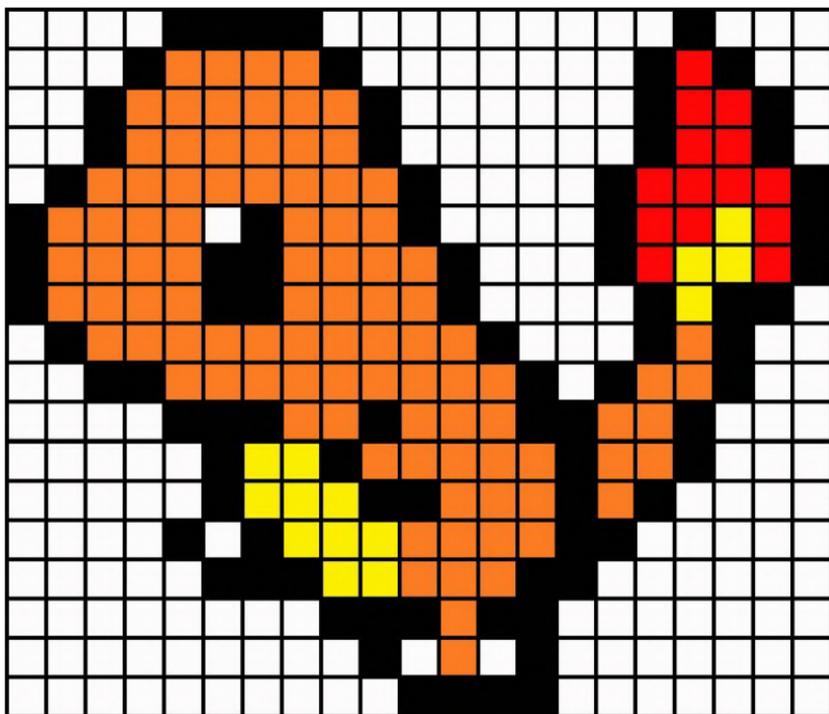
$$\int_E f.d\mu = \int_E f(x).d\mu(x)$$

para funções mensuráveis de valor real definidas em E

$$\int_E f.d\mu = \sup \left\{ \int_E s.d\mu : 0 \leq s \leq f, s \text{ é simples} \right\}$$

Outro exemplo de divulgação científica da Teoria da Medida, aparece nas ações de Silvius Klein, doutor em Matemática pela Universidade da Califórnia, quando introduz seu curso de Teoria da Medida apresentando um personagem do jogo digital Pokémon (figura abaixo) como “uma representação razoavelmente precisa das técnicas e tópicos de estudo desta área”.

Afirmando que para tornar a representação ainda mais precisa, cabe ao sujeito “aumentar a resolução” (ou seja, representar a imagem com quadrados cada vez menores).



Material disponível na apostila do professor Silvius Klein

([https://silviusklein.github.io/teaching/mat2621\\_2020.1/main.html](https://silviusklein.github.io/teaching/mat2621_2020.1/main.html))

Por fim, temos também a abordagem de Regis Varão, docente e pesquisador em Matemática na Unicamp, em seu canal no YouTube Fantástico Mundo Matemático, que contextualiza num planeta fictício e com condições bastante peculiares, alguns resultados sobre Teoria da Medida.

<https://youtu.be/8lQa1h36RPk>

Os três exemplos apresentados para comunicar ao público o tópico Teoria da Medida tem algumas

semelhanças e diferenças dentro dos aspectos discutidos como necessários para comunicação:

	<b>1º exemplo</b>	<b>2º exemplo</b>	<b>3º exemplo</b>
<b>emissor</b>	alguém que entende de Teoria da Medida	alguém que entende de Teoria da Medida	alguém que entende de Teoria da Medida
<b>receptor</b>	pessoas que conhecem a Integral de Riemman e de Lebesgue	pessoas que estão para começar o curso de Teoria da Medida	público-geral
<b>mensagem</b>	aspectos dessa área do conhecimento que estão sendo comunicados	aspectos dessa área do conhecimento que estão sendo comunicados	aspectos dessa área do conhecimento que estão sendo comunicados
<b>código</b>	Integral de Riemman e Integral de Lebesgue	representação da imagem em pixels	características do planeta Tchuplifo
<b>referente</b>	teoria da medida	teoria da medida	teoria da medida
<b>canal</b>	meme	apostila	vídeo
<b>conexão psicológica</b>	humor	interesse na disciplina	curiosidade

Com essa análise superficial, já é possível identificar como cada exemplo comunica sua mensagem para seu público específico de acordo com seus códigos conhecidos e com as conexões psicológicas pretendidas.

[1] TERRA, E., NICOLA, J. *Lingua, literatura e redação*. v. 1. São Paulo: Scipione, 1994.

[2] JAKOBSON, R. *Linguística e Comunicação*. Editora Cultrix e Universidade de São Paulo, São Paulo, 1969.

[3] CABRAL, M. A. P. *Introdução à Teoria da Medida e Integral de Lebesgue*. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática. 3. ed. Rio de Janeiro, RJ, 2016.

## 29. A DIFICULDADE DE TAEKO OKAJIMA COM DIVISÃO DE FRAÇÕES: PARTE 1

[blogs.unicamp.br/zero/2975](https://blogs.unicamp.br/zero/2975) (03/06/2021)

No anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem) de 1991, a protagonista Taeko Okajima, aos 10 anos de idade sofre com o conteúdo de divisão de frações na escola.

Sua forma de operar a divisão de frações é idêntica a forma de operar a multiplicação de frações, ou seja, ela multiplica o numerador com o numerador, e multiplica o denominador com o denominador (imagem de capa mostra as resoluções da Taeko).

A mãe, preocupada com a nota que a filha (Taeko) obteve nos testes, pede para sua outra filha (Yaeko) ajudá-la.

Yaeko fica perplexa com o fato de Taeko não conseguir realizar aqueles cálculos considerados por ela muito fáceis e vai questionar sua mãe sobre isso, que afirma “Taeko não ser uma criança normal”.

No momento que Yaeko (irmã de Taeko) senta-se para ajudar Taeko nesse conteúdo, Yaeko imediatamente pega a segunda fração, inverte o denominador com o numerador e faz a operação de multiplicação de frações, questionando se na escola de Taeko “não ensinaram isso?”.

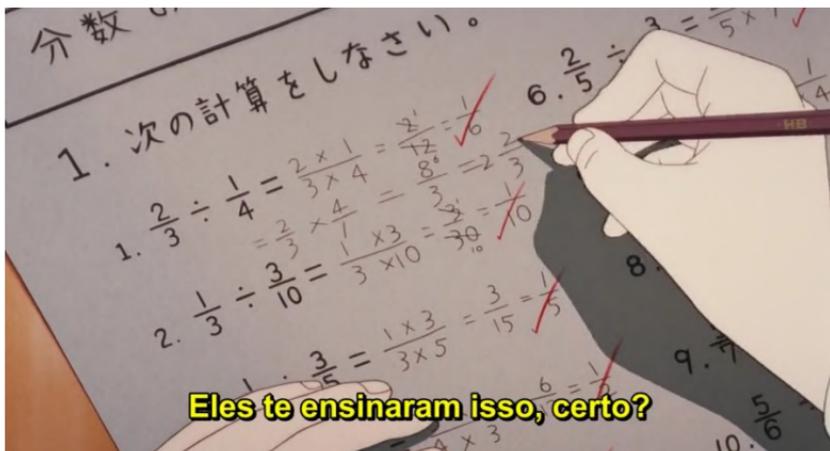


Imagem extraída do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem).

De fato eu aprendi assim na escola, e é provável que você que está lendo o post também tenha aprendido essa regra de “inverte a fração” e então “multiplica”.

Aprender uma regra é simples, aprendemos por exemplo que na hora de servir um prato, você o serve a quem está na mesa pela esquerda e retira o prato pela direita.

No contexto do anime, Yaeko confronta Taeko, sobre se dividir frações “é tão simples” porque ela continua errando?

Contudo, Taeko pergunta para sua irmã “o que é dividir uma fração por uma fração, de qualquer forma?”.

Nesse contexto, Taeko desenha uma maçã e a separa em 3 partes.

Então pergunta o que seria  $\frac{2}{3}$  de uma maçã divididos por  $\frac{1}{4}$ ?

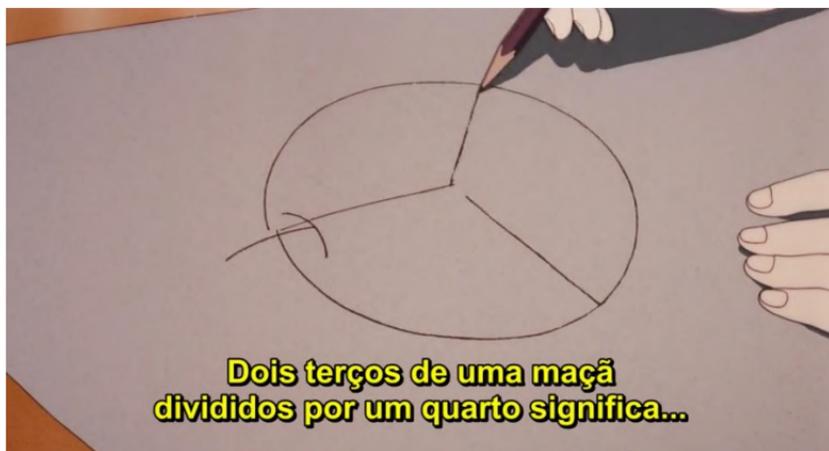


Imagem extraída do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem).

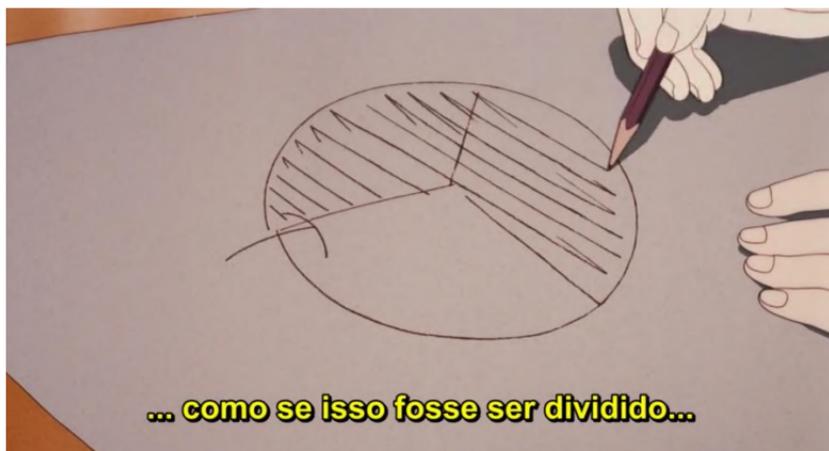


Imagem extraída do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem).

Taeko então pergunta se isso é o equivalente a dividir aqueles  $\frac{2}{3}$  da maçã por 4 pessoas?

Particionando cada parte da maçã em 2, Taeko mostra que a parte hachurada da maçã agora corresponde a  $\frac{4}{6}$  da maçã, logo, cada pessoa receberia  $\frac{1}{6}$  da maçã.

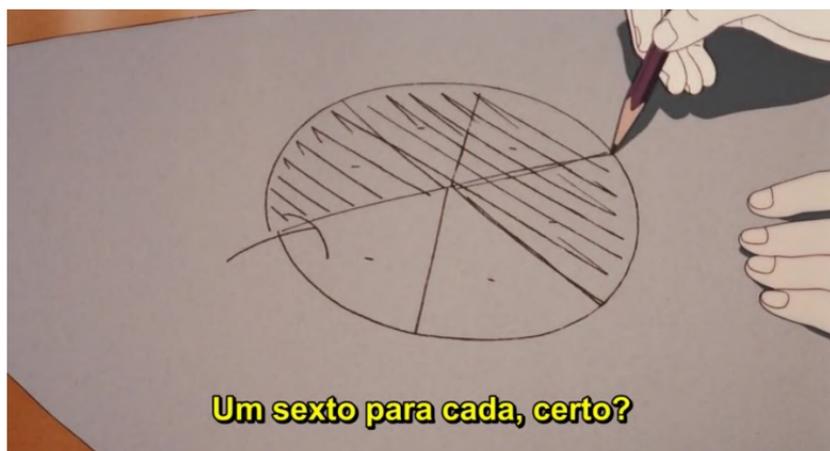


Imagem extraída do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem).

Sua irmã refuta a explicação de Taeko, dizendo que ela havia realizado uma multiplicação, em vez de uma divisão.

O que de fato está correto, Taeko fez  $(\frac{2}{3}) * (\frac{1}{4}) = (\frac{2}{12}) = (\frac{1}{6})$ , contudo, a dúvida de Taeko envolvia não a operação, e sim o significado daquela ação de “dividir”, pois ela buscava entender o que a divisão por  $(\frac{1}{4})$  significava, dado que na sua interpretação aquilo era a mesma coisa que dividir para 4, o que nesse contexto estaria correto:  $(\frac{2}{3})/4 = (\frac{2}{12}) = (\frac{1}{6})$ .

Mas a dúvida de Taeko persiste na questão de “Como pode ser menos quando você multiplica?”.

Mostrando assim que para ela a ideia de multiplicar está ligada com aumentar as quantidades, enquanto que a ideia de dividir está ligada com diminuir as quantidades.

Sua irmã tenta explicar em um contexto de maçãs quanto seria  $(2/3)$  divididos por  $(1/4)$ , mas não consegue, e pede para Taeko esquecer as maçãs e apenas se lembrar de inverter as frações e então fazer a multiplicação delas.

Em uma cena seguinte a família de Taeko se mostra preocupada com ela a respeito de seu baixo desempenho em Matemática, pretendendo inclusive fazer um teste de Quociente de Inteligência na “esperança” de descobrir porque ela não conseguia resolver essas contas, justificando até mesmo que ela pode ter ficado assim após cair de cabeça quando era bebê, ou que o motivo de não ir bem em Matemática é conversar muito na sala de aula.

O anime mostra as cenas de Taeko com 10 anos em sequência a Taeko com 27 anos, que admite até hoje dividir frações ser difícil pra ela.

Que questiona um amigo sobre se na infância dele, ele conseguia inverter as frações, e pelo fato dele não lembrar, ela assume que se não lembra é porque isso deve ter sido fácil para ele, dado que essa

dificuldade foi marcante para Taeko, sendo difícil de esquecê-la.

Por fim, Taeko diz ouvir sobre pessoas que são boas em frações terem vidas fáceis.

Dando o exemplo de uma garota completamente comum, nem mesmo boa em matemática, mas que sempre pode fazer as contas com fração do jeito certo, que agora encontra-se casada e com dois filhos (condições que Taeko julga como sinais de sucesso).

Além do fato de eu ter amado esse anime, percebi que ele traz dois temas que são muito sérios a se tratar.

1. A dificuldade não compreendida de Taeko para interpretar o significado de dividir uma quantidade por uma fração;
2. A visão errônea de que ser bom em Matemática está ligado ao sucesso nas contas.

## 30. A DIFICULDADE DE TAEKO OKAJIMA COM DIVISÃO DE FRAÇÕES: PARTE 2

[blogs.unicamp.br/zero/2987](https://blogs.unicamp.br/zero/2987) (03/06/2021)

No post anterior narrei um pouco sobre a relação da personagem Taeko Okajima do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem) de 1991.

Continuaremos essa discussão sobre a dúvida de Taeko relacionada à associação de multiplicar com aumentar, e de dividir com diminuir.

Multiplicar, segundo o dicionário Michaelis de língua portuguesa, significa:

1. Repetir um número tantas vezes quantas forem as unidades de outro;
2. Efetuar a operação da multiplicação; fazer uma multiplicação;
3. Aumentar o número de; apresentar ou produzir em grande quantidade; avolumar, avultar, crescer;
4. Crescer em número; proliferar, propagar-se;
5. Aumentar de intensidade; amiudar, intensificar, reiterar;
6. Desenvolver extraordinária atividade; desdobrar-se, exceder-se;

7. Produzir seres ou coisas da mesma espécie; aumentar, proliferar, prolificar.

Dos 7 significados apontados pelo dicionário, em 5 deles temos a ideia de que as quantidades estão aumentando.

Dividir, segundo o dicionário Michaelis de língua portuguesa, significa:

1. Separar(-se) (um todo) em partes, pedaços, porções; partir(-se), desunir(-se);
2. Dividir (algo) e dar uma parte, porção ou um pedaço a outrem; repartir, distribuir;
3. Distanciar coisas ou pessoas; separar, apartar;
4. Estabelecer os limites de um terreno ou de uma superfície qualquer; demarcar, limitar, estrear;
5. Dispor ou organizar (um todo) em suas partes constituintes (seções, classes, grupos distintos, capítulos etc.); segmentar;
6. Separar elementos diferentes, de forma a poder organizá-los por meio de um critério qualquer; classificar, catalogar;
7. Participar de algo junto com outrem, repartindo com outrem; partilhar, compartilhar;
8. Atravessar, cruzar (uma superfície qualquer), estabelecendo um vinco de separação; sulcar;

9. Efetuar uma divisão (operação aritmética);
10. Estabelecer(-se) discórdia entre, provocar desavenças; desavir(-se), desentender(-se);
11. Dispersar esforços, causando prejuízos a um trabalho ou a uma causa coletiva;
12. Chutar (a bola) ao mesmo tempo que o adversário; disputar (uma bola);
13. Decompor uma estrutura mórfica ou sintática em suas unidades mínimas, de modo a isolar e/ou identificar os elementos que a compõem.

Dos 13 significados apontados pelo dicionário, em 12 deles temos a ideia de que separam-se partes, tendo um sentido até mais abrangente do que a palavra Multiplicar.

Nessa relação de significados, é um tanto imprudente dizermos que “Multiplicar” é o contrário de “Dividir”.

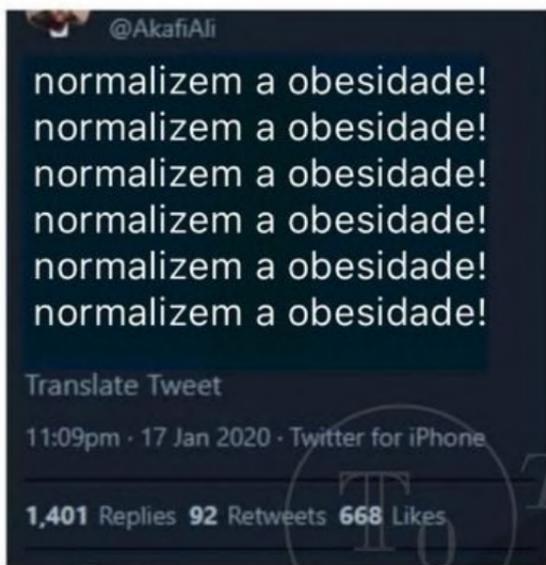
Assim, no anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem), a personagem Takeo apresentava a ideia de que Multiplicar tem a ver com aumentar quantidades, enquanto que Dividir tem a ver com diminuir quantidades.

Questionando sua irmã Yaeko sobre como era possível dividir  $\frac{2}{3}$  de uma maçã por  $\frac{1}{4}$ , e obter assim mais do que a própria maçã?

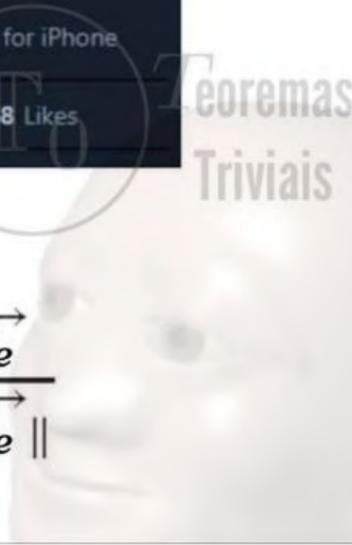
A dúvida da personagem centra-se realmente no fato de dividirmos as palavras da Matemática com a da língua comum.

Assim como no meme abaixo que brinca com a expressão normalizar com o sentido de normalizar na matemática que significa “passar a norma”:

## o twitter:



## eu, um intelectual:

$$\frac{\overrightarrow{\textit{obesidade}}}{\overrightarrow{\textit{obesidade}}} \parallel \textit{obesidade} \parallel$$


Brincadeiras à parte, quando nos centramos no significado de algumas palavras da Matemática que também existem na língua comum, é natural que seus sentidos precisam ser “bem definidos”, senão abrimos espaço para a subjetividade da língua.

Desse modo, o papel de uma definição é descrever determinado objeto matemático de maneira inequívoca dentro do conjunto ao qual ele pertence. Por exemplo, posso descrever a multiplicação  $\cdot$  entre os números Naturais  $X$  e  $Y$  como:

$X \cdot Y$  é a operação que soma a  $0$  o número  $X$  por  $Y$  vezes.

De modo análogo, a multiplicação  $*$  entre os números Inteiros  $A$  e  $B$  pode ser definida como (vamos usar o sinal  $\cdot$  para dizer que essa é a multiplicação definida para os números Naturais):

se  $A > 0$  e  $B > 0$ ,  $A * B$  será a operação faz  $A \cdot B$ ;

se  $A < 0$  e  $B < 0$ ,  $A * B$  será a operação faz  $(-A) \cdot (-B)$ ;

se  $A > 0$  e  $B < 0$ ,  $A * B$  será a operação que subtrai a  $0$  o número  $A$  por  $-B$  vezes;

se  $A < 0$  e  $B > 0$ ,  $A * B$  será a operação que subtrai a  $0$  o número  $-A$  por  $B$  vezes;

se  $A = 0$  ou  $B = 0$ ,  $A * B$  será  $0$ .

Veja o quão mais complicada foi definir a multiplicação agora que temos valores positivos e negativos envolvidos, nesse caso, pudemos aproveitar a definição da multiplicação dos números Naturais . na hora de realizarmos essas operações.

Veja que a vantagem dessa definição mais complicada é que ela não admite espaço para subjetividade ou interpretações ambíguas.

Agora vamos definir a multiplicação # entre números Racionais escritos como  $C/D$  e  $E/F$  onde  $C, D, E$  e  $F$  são números Inteiros, e  $D$  e  $F$  são diferentes de 0 (vamos usar  $*$  para dizer que é a multiplicação definida para os números Inteiros).

$(C/D)\#(E/F)$  será a operação que faz  $(C*E)/(D*F)$ .

Assim, quando temos uma multiplicação de números Racionais denotada nesse texto como #, estamos nos referindo a sua definição matemática apresentada, e não ao seu sentido na língua comum.

O mesmo ocorre para a divisão de números Racionais, que denotaremos com o símbolo  $\square$ .

se  $E$  for diferente de 0,  $(C/D)\square(E/F)$  será a operação que faz  $(C*F)/(D*E)$ .

Observe que embora quando falamos de números Racionais, estamos representando-os com o sinal de divisão / aplicada aos números inteiros  $C, D, E$  e  $F$ .

Porém, quando estamos falando de divisão de números Racionais, estamos representando-a com o sinal  $\frac{\quad}{\quad}$ , que remete a operação na forma como definimos, que usa apenas a definição de multiplicação de números Inteiros.

De fato, a multiplicidade de sentidos da língua comum pode ser um fator de confusão na hora de nos expressarmos, exigindo que a palavra seja interpretada dentro de seu contexto e intenções de quem a usa para quem a recebe. Justamente para evitar uma interpretação ambígua, que na matemática é tão comum começarmos pelas definições.

Deixando claro para quem lê, como funciona cada “objeto” do qual estamos dando nomes.

## 31. A DIFICULDADE DE TAEKO OKAJIMA COM DIVISÃO DE FRAÇÕES: PARTE 3

[blogs.unicamp.br/zero/2994](https://blogs.unicamp.br/zero/2994) (04/06/2021)

Nos posts anteriores narrei um pouco sobre a relação da personagem Taeko Okajima do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem) de 1991 e da importância das definições matemáticas no processo de esquivar da ambiguidade e subjetividade presentes na língua comum (parte 2). Continuaremos essa discussão sobre a dúvida de Taeko relacionada ao sentido de dividir por  $(1/4)$ .

A personagem (Taeko) após ouvir de sua irmã sobre como usar a “regra para dividir frações”, questiona-a sobre o sentido de dividir duas partes de uma maçã fracionada em 3 partes, para  $(1/4)$ .

Taeko em uma confusão de sentidos, interpreta que  $(1/4)$  seja equivalente à dividir por 4, e acaba mesclando a operação de dividir com a ideia de que estaria dividindo por 4, realizando a divisão de  $(2/3)$  por 4, em vez de  $(2/3)$  por  $(1/4)$ .

A dificuldade de Taeko é mal interpretada pela sua irmã Yaeko, que considera-a incapaz de entender que deveria “inverter a fração” antes de “multiplicar”, dado que os resultados apresentados por Taeko eram equivalentes à multiplicar frações, e não dividir frações.

Se a cena do anime tivesse parado aí, já teria sido um prato cheio para a discussão, mas ela continua, ao mostrar Yaeko em uma tentativa inicial de mostrar para Taeko no exemplo da maçã, como ocorre aquela “divisão”.

Yaeko toma o papel e o lápis, mas ao se deparar com a tarefa de “dividir” aqueles  $(2/3)$  da maçã para  $(1/4)$ , ela hesita e se vê sem saber como proceder, dizendo para Taeko esquecer as maçãs, e apenas fazer a regra que havia ensinado.

O fato de Yaeko ter hesitado na hora de mostrar como se divide a  $2/3$  da maçã para  $1/4$ , revela um cenário muito comum nas aulas de Matemática, o foco em encontrar as respostas certas sem uma real preocupação de compreender o caminho que levou até essa resposta.

Yaeko no anime é mais velha que Taeko, assim, para ela esse conteúdo já era tido como “ultrapassado”, pois viu em anos anteriores, inclusive conseguindo realizar facilmente as operações.

Contudo, ao ser questionada sobre o sentido daquela operação, Yaeko mostra que haviam lacunas na sua aprendizagem, revelando que de fato ela, apesar de ter sido considerada naquele sistema de ensino, como bem-sucedida na disciplina de matemática e por assim dizer, capaz de dividir frações.

Yaeko realmente não entendia o que aquela operação significava.

Para ilustrar uma explicação a esse problema, vamos começar imaginando um pouco a fisiologia de pessoas fracionadas.

Para começar pense numa  $1/2$  pessoa. Quando  $1/2$  pessoa recebe 1 conjunto (para pessoas inteiras, um par) de meias, ela sente que na verdade recebeu 2 conjuntos de meias.

Então nesse caso, temos um conjunto de meias ( $1/1$ ) dividido para ( $1/2$ ) pessoa, logo, a  $1/2$  pessoa recebe dois conjuntos de meias.

Se essa meia pessoa recebe 2 conjuntos de meias (para pessoas inteiras, dois pares), então a meia pessoa na verdade recebeu 4 conjuntos de meias. ( $2/1$ ) dividido por ( $1/2$ ).

O mesmo vale para conjuntos de brincos (para pessoas inteiras, pares), se uma meia pessoa recebe um conjunto de brincos, ela sente que na verdade recebeu 2 conjuntos de brincos.

É como se cada meia pessoa, enxergasse as unidades do mundo inteiro, como dobradas!

Assim, quando uma meia pessoa, enxerga uma pessoa inteira.

Na verdade, ela acha que está vendo duas meia pessoas.

Desse modo, se dividirmos  $2/3$  de uma maçã para uma meia pessoa, ela achará estar recebendo  $4/3$  de

uma maçã (pois na visão de mundo dela, nossas maçãs inteiras, na verdade são duas meia maçãs).

O mesmo raciocínio segue para  $1/4$  de pessoas.

Cada  $1/4$  de pessoas, enxerga o mundo inteiro como unidades do universo  $1/4$  quadruplicadas.

Assim, quando dividimos  $2/3$  de uma maçã para  $1/4$  de pessoa.

Primeiro, vamos pensar em como essa  $1/4$  de pessoa enxerga a maçã original.

Ela nesse caso, vê uma maçã inteira, como na verdade 4 maçãs do universo  $1/4$ .

E quando essa pessoa recebe seus  $2/3$  de uma maçã, ela na verdade percebe estar recebendo 2 maçãs inteiras (do universo  $1/4$ ) mais  $2/3$  de uma maçã (do universo  $1/4$ ).

Em termos de operações, é como se as pessoas fracionárias  $1/n$ , enxergassem o mundo inteiro como um conjunto de  $n$  unidades desses mesmos elementos do universo  $1/n$ .

Nesse sentido, quando Taeko pergunta como se divide  $2/3$  de uma maçã para  $1/4$  de pessoas, poderíamos explicar para ela a partir do exemplo dos pares de meias para pessoas do universo  $1/2$ .

Então, seguir a comparação para pessoas do universo  $1/4$ , e continuar com outros universos fracionários para generalizar o conceito

## 32. A DIFICULDADE DE TAEKO OKAJIMA COM DIVISÃO DE FRAÇÕES: PARTE 4

[blogs.unicamp.br/zero/3000](https://blogs.unicamp.br/zero/3000) (04/06/2021)

Nos posts anteriores contei sobre a difícil relação da personagem Taeko Okajima com a Matemática (parte 1), a importância das definições matemáticas para evitarmos interpretações da língua comum (parte 2) e sobre como dividir um objeto para “pessoas fracionadas” (parte 3).

Continuaremos essa discussão apresentando um curso gratuito de difusão cultural lançado pela Unicamp a um mês atrás (04/05/2021) e que permite com um pequeno investimento de tempo (previsão de 2 horas) fazermos uma revisão sobre Números Racionais.

Unidade: INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA  
Responsável: LUCIO TUNES DOS SANTOS

### PLANO DE AULA: UMA REVISÃO SOBRE NÚMEROS RACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO

*O objetivo principal deste curso é apresentar um plano de aula de revisão dos números racionais. Além disso, são salientados pontos cruciais do conteúdo em uma abordagem que preze por compreensão em vez de memorização. Neste plano de aula, não esperamos que o professor fique 50 minutos falando e escrevendo fórmulas, macetes e procedimentos na lousa. Nossa sugestão é uma atividade em grupo, onde os estudantes terão oportunidade de se engajar e discutir conceitos importantes sobre as representações dos números racionais. As atividades desse plano de aula gradativamente se tornam mais elaboradas e buscam promover a interação entre os colegas ao oferecer representações diferentes para cada membro de um grupo. Usando figuras, espera-se criar uma base concreta para que os estudantes possam retomar conceitos abstratos que são, em geral, abordados no Ensino Fundamental.*

Faça sua inscrição!

[https://www.extecamp.unicamp.br/dados.asp?sigla=%8Ac%CD%C2\\_%E0%DD%9D&of=%F7%12%A8](https://www.extecamp.unicamp.br/dados.asp?sigla=%8Ac%CD%C2_%E0%DD%9D&of=%F7%12%A8)

A temática deste curso se enquadra bem ao contexto que apresentamos nos posts anteriores, onde a personagem Taeko do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem) de 1991, está com dificuldades para realizar divisão de frações, e ao pedir ajuda para sua irmã mais velha, Yaeko, ela não consegue explicar como dividiria  $\frac{2}{3}$  de uma maçã para  $\frac{1}{4}$  de pessoas.

Ficando assim, limitada a realizar as operações sem entender seu conceito.

De forma semelhante, os autores desse curso de Difusão Cultural focam essa revisão de números Racionais ao Ensino Médio, enquanto que o conteúdo números Racionais no currículo brasileiro, aparece no 7o Ano do Ensino Fundamental II.

A razão para esse foco é justamente a mesma pela qual Yaeko não conseguia explicar para a irmã mais nova (Taeko) qual o sentido daquela operação.

Nós vemos o conteúdo de números Racionais, somos aprovados no respectivo Ano de Ensino, e esse conteúdo é considerado como “dominado” pelo estudante sem que em outros momentos, venhamos a rever esse tema de modo mais metódico.

Assim, coloco o desafio para você leitor, será que em algum momento após aprender as regras de

operações com frações na escola, você chegou a rever esse tópico com mais maturidade?

Será que você realmente entende como resolver exercícios de números racionais aparentemente simples?

Ou mesmo que consiga resolver, será que você tem um domínio para entender como outra pessoa tentou resolver e conseguir orientá-la?

Eu concluí esse curso, ele é gostosinho pois acompanha vários vídeos explicando os objetivos de cada etapa e da importância em se revisar esse tema, além de ser um material interativo fácil de usar.

Mas admito, tiveram alguns exercícios que me deram motivo para pensar.

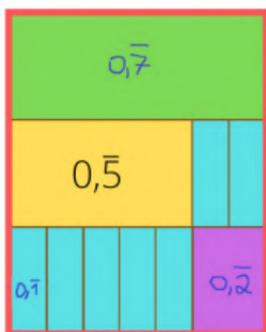
Compartilho com vocês dois deles, envolvendo encontrar a área de uma região expressa por uma dízima periódica.

Junto aos exercícios temos as tentativas de “resolução dos alunos” para os mesmos.

Você consegue resolver os exercícios?

Consegue enxergar o problema na resolução dos alunos?

Como você explicaria para eles porque erraram e como deveriam pensar para resolver esses exercícios?



CONSIDERANDO QUE O RETÂNGULO AMARELO VALE  $0,5$ , ENCONTRE O VALOR QUE REPRESENTA O CONTORNO VERMELHO.

$$0,5 : 5 = 0,1$$

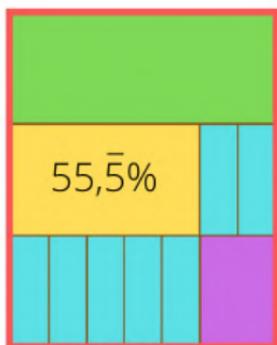
$$0,1 \cdot 2 = 0,2$$

$$0,5 + 0,2 = 0,7$$

$$0,7 \cdot 3 = \underline{2,1}$$

$$R: 2,1$$

Imagem extraída do curso [“Plano de aula: uma revisão sobre números Racionais para o Ensino Médio”](#).



CONSIDERANDO QUE O RETÂNGULO AMARELO VALE  $55,5\%$ , ENCONTRE O VALOR QUE REPRESENTA O CONTORNO VERMELHO.

$$55,5\% \div 5 = 11,1\%$$

$$11,1\% + 11,1\% = 22,2\%$$

$$55,5\% + 22,2\% = 77,7\%$$

$$R: 77,7\%$$

$$\begin{array}{r} 77,7 \\ + 77,7 \\ \hline 155,4 \\ + 155,4 \\ + 77,7 \\ \hline 233,7 \end{array}$$

Imagem extraída do curso [“Plano de aula: uma revisão sobre números Racionais para o Ensino Médio”](#).

Se você sentiu dificuldade nessas ações não há motivo algum para se envergonhar e sinta-se com sorte, pois tem esse excelente curso gratuito oferecido pela Unicamp (clique aqui para acessar o

curso) e aproveite para rever esse tema do qual Taeko, protagonista do anime Omoide Poro Poro (Memórias de Ontem), julga erroneamente como uma condição necessária para que as pessoas sejam bem sucedidas na vida.

### 33. A DIFICULDADE DE TAEKO OKAJIMA COM DIVISÃO DE FRAÇÕES: PARTE 5

[blogs.unicamp.br/zero/3010](https://blogs.unicamp.br/zero/3010) (04/06/2021)

Nos posts anteriores contei sobre a difícil relação da personagem Taeko Okajima com a Matemática (parte 1), o papel das definições matemáticas (parte 2), como dividir um objeto para “pessoas fracionadas” (parte 3) e a importância de revermos conteúdos matemáticos como frações (parte 4).

Para finalizar essa série, trazemos a concepção da Taeko que com 27 anos relembra sua dificuldade com frações aos 10 anos, e que considera a capacidade de fazer essas contas, uma condição necessária para nos seus padrões alcançar uma vida bem-sucedida.

Taeko aos 27 anos carrega ainda o estigma que sofreu aos 10 anos, de não conseguir dividir frações, e se compara com outras meninas que conseguiam e hoje se encontram em uma posição da qual Taeko gostaria de estar.

O impacto da matemática na vida de Taeko foi bastante traumático, tanto que ela considera que deve ter sido traumático a todos que assim como ela tiveram dificuldade com divisão de frações na escola.

Considerando que as pessoas que não se lembram dessa fase da vida escolar, é porque conseguiam fazer essa operação sem dificuldade.

Como discutimos nos posts anteriores, a dúvida de Taeko começava já na confusão de termos usados na língua comum, com aqueles usados na matemática.

Passando por esses termos sem o devido cuidado, Taeko já se depara com a primeira dificuldade, entender como algo que multiplica pode reduzir, e algo que divide pode aumentar.

Em seguida, Taeko se depara com a dificuldade da irmã naquele assunto.

Que apesar de saber como operar frações, não entende o real sentido daqueles procedimentos, não conseguindo explicar para Taeko de outro jeito senão seguindo a regra que aprendeu.

Essa dificuldade com frações aparece inclusive no cenário brasileiro, como visto no post anterior, dado que uma vez que passamos desse conteúdo no currículo escolar, seguimos sem retomá-lo, embora ele se veja presente nos próximos anos e presume-se que os alunos o dominem, o que não é de fato verdade.

Por fim, trazemos neste post o estigma que Taeko carrega, e que reflete à uma visão simplista do sistema educacional, de colocar a matemática como uma condição de inteligência ou mesmo, um requisito para o sucesso.

Yaeko (irmã de Taeko) conseguiria fazer facilmente 20 exercícios envolvendo a divisão de frações, porém

talvez não conseguisse responder uma pergunta sobre “o que são frações?”.

Perguntas como essa pareciam ter pouca ou nenhuma importância para Yaeko que enxergava a matemática de forma procedimental, voltada para obter os resultados certos na prova.

Enquanto que revelavam em Taeko um interesse mais profundo pela matemática, relacionada principalmente sobre entender seu sentido de forma mais abstrata.

Taeko já na fase adulta, diz conseguir operar divisão de frações com dificuldade (ou seja, memorizou o procedimento mesmo que nunca se sentiu satisfeita em entender o porque ele ocorre assim), mas aquela natureza curiosa que lhe fazia questionar e tentar entender como que a divisão de frações realmente funcionava parece ter sido sufocada e agora a acompanhava como um trauma de se considerar ruim na matemática e por isso não estar na posição que gostaria.

Finalizo essa série com a reflexão sobre o que é ser bom em matemática?

Yaeko sabia fazer as contas, mas não entendia o que estava fazendo e nem tinha curiosidade em porque as coisas ocorriam daquela maneira.

Enquanto Taeko, não conseguia seguir em frente na realização daqueles procedimentos, enquanto não

esclarecia aquela série de dúvidas sobre o comportamento das frações.

Se formos pensar nas habilidades de matemática, Taeko demonstrou um genuíno interesse por entender a natureza daquele conjunto numérico, e como suas operações funcionam, ao mesmo tempo que se mostrou resistente em realizar procedimentos que não lhe fizessem sentido.

Características essas que revelam uma “habilidade” em matemática que por vezes é mal interpretada e ignorada, dando lugar a habilidade de memorizar procedimentos e realizá-los meticulosamente.

Encerro com um meme que faz alusão ao papel da curiosidade na matemática, na qual um matemático aplicado questiona o matemático puro sobre a necessidade da matemática ser aplicada a projeções e otimizações do mundo real.

Enquanto que o matemático puro vê uma relação condicional (flechinha da esquerda para a direita) entre conjuntos, e se pergunta se essa relação poderia ser bicondicional (inverter as flechinhas).



## SOBRE A AUTORA

EMANUELLY DE PAULA é Licenciada em Matemática pela USP, Especialista em Informática aplicada à Educação pelo IFRJ, Mestre e Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela UNESP e UNICAMP respectivamente. Atualmente é professora do IFRJ, campus Duque de Caxias e gerencia os Blogs Zero e M<sup>3</sup> desde suas fundações.

## OUTROS EBOOKS PUBLICADOS

[M30: volume 1](#)

[M30: volume 2](#)

[M30: volume 3](#)

[M30: volume 4](#)