M^{30}

VOLUME 6

Por

EMANUELLY DE PAULA

blogs.unicamp.br/zero

blogs.unicamp.br/m3

Introdução

M^{30} é um projeto de Divulgação Científica de Matemática que incorpora na forma de Ebooks, os textos produzidos semestralmente pelos Blogs de Divulgação Científica de Matemática, Zero e M^3 (conhecido também como Matemática Multimídia), ambos vinculados ao projeto Blogs de Ciências da Unicamp (blogs.unicamp.br).

O Blog Zero teve sua origem em 01 de junho de 2019, focado na intersecção da ludicidade com o formalismo matemático. Nessa dimensão ampla são perpassados tópicos muito diversos, desde discussões sobre gênero, política, animes, ensino, jogos, contos (até alquimia), mas sempre alicerçados em conhecimentos científicos e vistos sob a lente de conceitos relacionados à Matemática.

O Blog M^3 surge em 18 de junho de 2020 como uma forma de revisitar as experiências envolvidas na coleção Matemática Multimídia (m3.ime.unicamp.br) que completava 10 anos e passava por uma atualização de seus conteúdos. Neste espaço colaborativo, professores e pesquisadores com quaisquer grau de experiência no uso da coleção Matemática Multimídia, podem compartilhar seus relatos e trazer ideias diferentes para combinar, associar ou reutilizar os recursos disponíveis.

ÍNDICE

1. O número Pi em Enen Shouboutai

blogs.unicamp.br/zero/3050 (10/07/2021)

No final do capítulo 118 do mangá Enen Shouboutai, os personagens encontram nas ruínas de uma "antiga civilização", uma sequência numérica bastante longa e aparentemente que não segue nenhum padrão.

Se assemelhando até mesmo a uma sequência aleatória.

Na ocasião, um dos personagens (Arthur Boyle) "percebeu" que pedaços daquela sequência finita, correspondiam a sequências finitas presentes dentro do número Pi.

Imagem do respectivo capítulo, disponível em https://www.brmangas.com/

De fato, você pode conferir que o número "54.625.261.181" aparece nas casas decimais de Pi pela primeira vez na 616.071 casa decimal.

…0592688 54625261181 1506554…

Caso queira procurar números na sequência decimal de Pi, o site Atractor possibilita essa busca em uma quantidade considerável de casas.

Contudo o ponto mais interessante dessa discussão é, qualquer sequência finita aparece em qualquer número irracional?

A resposta é não!

O número de Liouville é um exemplo de irracional do qual podemos mostrar facilmente que existem sequências finitas que não aparecem em suas casas decimais.

Esse número é formado pela série 1/10^(n!) onde n é um Natural.

Para você entender melhor como é a aparência desse número, colocarei aqui seus primeiros 25 dígitos:

0,1 + 0,01 + 0,000001 + 0,000000000000000000000001 = 0,1100010000000000000000010…

Agora você pode estar pensando, existe algum número irracional no qual qualquer sequência finita aparece?

A resposta é sim!

O número de Champernowne é um exemplo de irracional do qual podemos mostrar facilmente que qualquer sequência finita aparecerá em suas casas decimais.

Esse número é formado pela sequência dos números Naturais em sua representação concatenada.

Para você entender melhor como é a aparência desse número, colocarei aqui seus primeiros 54 dígitos:

0,12345678910111213141516171819202122232425262728293031…

Assim, um número como aquele que Arthur Boyle identificou como pertencente à sequência decimal de Pi, certamente também pertence a sequência decimal do número de Champernowne.

Basta seguirmos a construção de seus termos até chegarmos no 54.625.261.181 número Natural.

De todo modo, você ainda pode estar se perguntando, qualquer sequência finita aparece nas casas decimais de Pi?

A resposta é ninguém sabe

Só para nos recordarmos, Pi é um número irracional que expressa a razão entre o comprimento de um círculo pelo seu diâmetro.

Um método bastante rudimentar de aproximar o valor de Pi (e que foi mostrado no post [Os irmãos esquecidos de π]) é construindo polígonos regulares com um grande número de lados, e então dividindo o perímetro deles pela sua diagonal principal.

Quando o número de lados tende a infinito, essa razão tenderá a Pi.

Assim, as casas decimais de Pi que muitos memorizam (3,141592…) não são obtidas de uma forma arbitrária.

Mas uma propriedade dos números irracionais bastante investigada na Matemática é a distribuição de seus dígitos, no caso, se seus dígitos são distribuídos de maneira aleatória dentro de alguma base numérica (como por exemplo, se lançarmos um dado de 10 faces para decidir entre 0 e 9 qual será o próximo valor da sequência decimal), o número irracional é chamado de Normal.

Assim, um número Normal certamente terá qualquer sequência finita definida, dado que a probabilidade dela aparecer nunca será nula e a extensão decimal do número irracional é infinita.

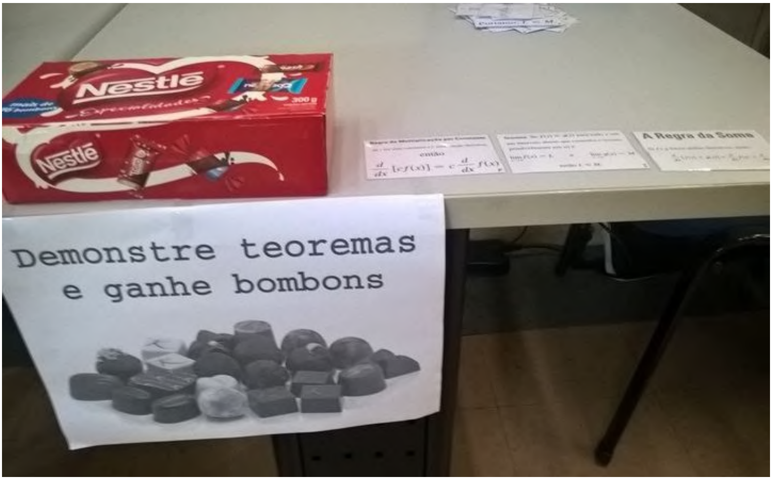
Mas respondendo a pergunta em si, ninguém ainda conseguiu provar que Pi é um número Normal.

Pois embora construir números irracionais Normais seja relativamente simples, identificar se um número irracional qualquer é Normal, não é uma tarefa trivial.

Ou seja, embora várias frentes acreditem que Pi seja Normal, dizer que qualquer sequência finita seguramente aparecerá em suas casas decimais é até agora uma conjectura.

2. DEMONSTRE TEOREMAS E GANHE BOMBONS

blogs.unicamp.br/zero/3066 (17/07/2021)



E aí, você faz Matemática, né?

Então tenta demonstrar essa propriedade…

A frase acima é de assustar, até mesmo para matemáticos formados.

Afinal, mesmo que tenhamos feito uma graduação fundamentada em demonstrações, pedir para demonstrarmos algo sem que estejamos estudando o assunto, é de dar medo.

Mas se temos a habilidade necessária para demonstrar e já vimos o assunto, o que nos falta?

Nesse sentido, considero que demonstrar seja bem parecido com programar.

Pois a demonstração envolve construir um argumento embasado num conjunto de verdades previamente aceitas e seguindo uma estrutura lógica determinada, de modo que comecemos das hipóteses do enunciado e cheguemos à sua conclusão.

Um processo análogo por exemplo a programar um “Hello World!”

Na programação você pode ter programas simples ou complexos fazendo exatamente as mesmas ações, como por exemplo, calcular a sequência de Fibonacci.

Se feito de modo iterativo é extremamente rápido, mas se for feito de modo recursivo, o mesmo cálculo pode levar mais do que a idade do universo.

Nas demonstrações temos um quadro análogo, os mesmos resultados podem ser demonstrados por processos simples ou complexos.

Por exemplo, provar que a raíz cúbica de 2 é um número irracional:

Jeito simples:

Suponha que 2^(1/3) seja Racional, assim, da definição de número Racional, 2^(1/3) pode ser escrito como p/q, onde p e q são Inteiros primos entre si.

Temos que $p/q = 2^{(1/3)}$, logo:

$(p^3)/(q^3) = 2$

$p^3 = 2.q^3$

Portanto, p é par.

Assim, p pode ser escrito como 2.r, onde r é um inteiro.

$p^3 = (2.r)^3 = 2.q^3$

$8.r^3 = 2.q^3$

$4.r^3 = q^3$

Portanto, q é par.

Portanto, p e q têm fator comum 2, o que é uma contradição.

Jeito complicado:

Suponha que $2^{(1/3)}$ seja Racional, assim, da definição de número Racional, $2^{(1/3)}$ pode ser escrito como p/q, onde p e q são Inteiros primos entre si.

Temos que $p/q = 2^{(1/3)}$, logo:

$(p^3)/(q^3) = 2$

$p^3 = 2.q^3$

$p^3 = q^3 + q^3$

O que não é verdade, pois pelo Último Teorema de Fermat a equação

$$x^n + y^n = z^n$$

não tem solução com $n > 2$ e (x, y, z) Naturais.

Uma diferença “sutil” a partir da 5a linha, que dista um conceito matemático que levou cerca de 2.500 anos para se desenvolver (jeito simples, disponível desde a Escola Pitagórica ~ 500 a.C // jeito complexo, disponível apenas a partir de 1994).

Assim, começar às cegas uma demonstração assim como criar um código, é um jogo bastante arriscado, pois podemos seguir por um caminho aparentemente funcional, mas que é muito mais complexo do que o necessário.

Mas se tivéssemos algumas informações sobre como a demonstração poderia ser, talvez enxergássemos mais facilmente um caminho mais simples para aquela prova.

Foi assim que começou no dia 23 de Agosto de 2019, numa mesinha do subsolo do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Unicamp, com uma caixa de bombons e três conjuntinhos de peças de papel, o evento conhecido como “Demonstre Teoremas e Ganhe Bombons”.

No caso, tínhamos para provar:

1. Se f(x) é menor ou igual que g(x) para todo x em um intervalo aberto que contém a, e limite quando x tende à a de f(x) e de g(x) é igual a L e M respectivamente, então L é menor ou igual a M;

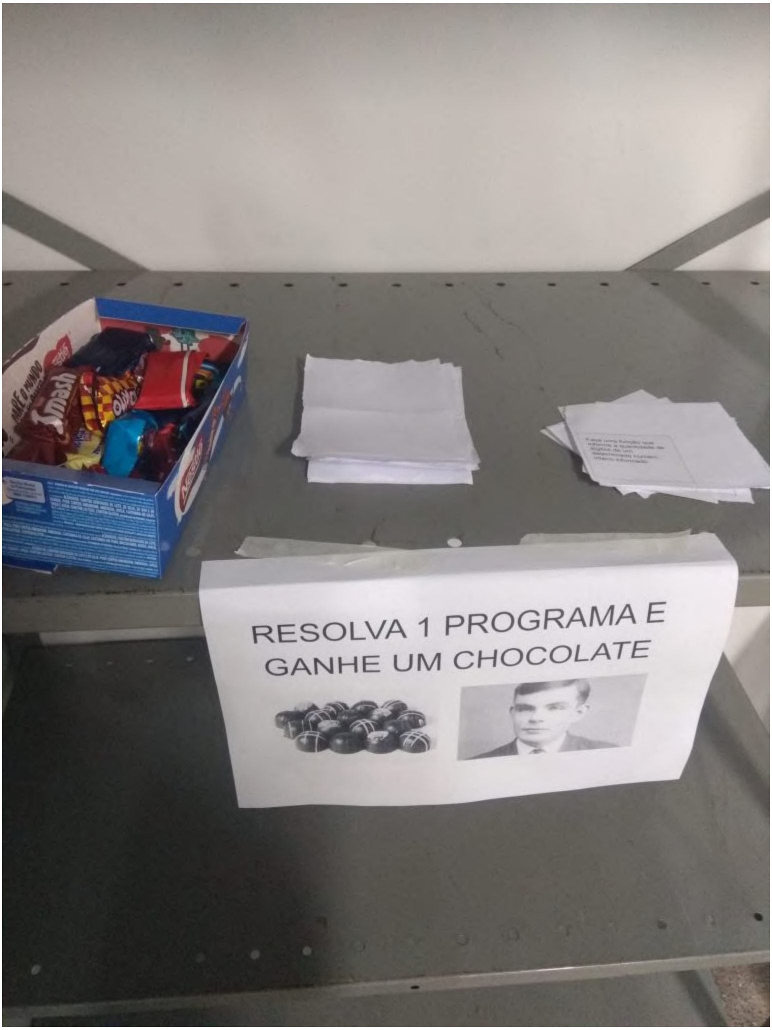
2. A derivada da constante pela função, é igual ao produto da constante pela derivada da função;

3. A derivada da soma das funções, é igual a soma da derivada das funções;

Para escrever cada demonstração tínhamos de 6 a 7 peças para juntar de um modo que fizesse sentido com o enunciado.

A dinâmica desse dia foi bem positiva, vários alunos do instituto apareciam dizendo que não sabiam demonstrar assim de cabeça, mas vendo que se tratava de juntar as peças, arriscavam a aplicar seu raciocínio matemático de modo a escrever a demonstração corretamente.

A relação de demonstrar com programar é de fato tão próxima, que alguns alunos do Instituto de Computação da Unicamp reproduziram essa ideia naquele mesmo dia na parte da tarde, envolvendo em uma espécie de rivalidade com os Matemáticos o “Resolva 1 programa e ganhe um chocolate”.



Na semana seguinte, dia 29 de agosto de 2019, realizei outra edição, depois outra no dia 03 de março de 2020.

Desde então, começou a pandemia de COVID-19 e esses eventos ficaram inviáveis presencialmente.

Mas se você sente vontade de demonstrar algumas propriedades matemáticas, pode fazer isso virtualmente ainda com o game Arrasta o X, criado a partir de todas essas experiências acumuladas e de suas contribuições com essa pesquisa esquisita que realizo.

https://youtu.be/Cquem-DsKXE

Link para jogar:

https://scratch.mit.edu/projects/553580277/

3. O Doppelgänger

blogs.unicamp.br/zero/3215 (23/07/2021)

No início da década de 1910, quando aristocratas de países europeus foram assassinados em intervalos de semanas, as autoridades começaram a temer as raízes por trás de um antigo mito Alemão.

Os assassinatos em si não chegavam a espantar ninguém, dado os constantes conflitos vividos nestes países, porém, a natureza desses crimes era estranha de explicar, já que uma pessoa próxima à vítima, da sua família, amigos, conhecidos, ou a seu serviço, de forma súbita cometia esse crime.

Embora traições também não fossem novidades na história, o estranho nisso é que o suposto traidor era encontrado morto a mais tempo do que o próprio crime ocorreu.

Estava claro a partir das vítimas, quais famílias se favoreciam com esses crimes e que provavelmente foram as mandantes.

Informações internas indicavam que os mandantes não conheciam o assassino, somente seus intermediários.

Porém, as autoridades, apesar de normalmente céticas, começaram a crer que o assassino poderia ter algum poder sobrenatural.

Algo que lhe permita mudar sua aparência e alterar seu rosto, virando sósia de alguém próximo o suficiente da vítima para assassiná-la, associando-o ao próprio mito do Doppelgänger, que anuncia um presságio de morte ao encontrar alguém idêntico a outra pessoa.

Apesar do esforço em refutar a teoria, o padrão destes assassinatos continuava se repetindo em vários lugares da Europa, com pessoas de perfis muito diferentes (homens, mulheres, idosos, gordos, magros, altos, baixos…).

Mesmo os ilusionistas da época, concordavam que era absurdo pensar que um mero disfarce poderia mudar tanto a aparência de alguém.

As investigações sobre o Doppelgänger continuavam, as autoridades buscaram reforço até mesmo nos departamentos de medicina de várias universidades de renome, a fim de compreender a natureza por trás de como esse assassino alterava sua aparência.

Porém, em uma dessas universidades, o departamento de medicina e o de matemática dialogavam bem, de modo que a história chegou aos ouvidos de alguns matemáticos que de imediato sugeriram que a hipótese inicial poderia ser falsa.

As autoridades quase rechaçaram o grupo que aparentemente duvidava da seriedade do trabalho policial.

Porém, os matemáticos se explicaram dizendo que se a hipótese de que existe um único assassino for verdadeira, precisariam mostrar que existe ao menos um ser humano com a habilidade de Doppelgänger.

Mas se a hipótese for falsa, precisamos explicar como um intermediário encontrou para cada aristocrata, um assassino parecido com alguma pessoa próxima.

Apesar de curta, essa conversa trouxe para as autoridades uma outra forma de enxergar o problema.

Retomando suas investigações, perceberam que estavam deixando passar o óbvio, e fazendo trabalho de campo chegaram que todas as vítimas foram visitadas por representantes de uma companhia de fotografias que anunciava seus aparelhos revolucionários.

Nessa visita, demonstravam seu equipamento tirando foto de todas as pessoas da família, amigos e funcionários.

O intermediário tinha acesso a uma rede grande de assassinos, e buscava combinar entre as fotos dos assassinos disponíveis e das pessoas próximas à vítima, algum par bem semelhante.

Facilitando com que o assassino chegue até a vítima e dispersando a atenção das investigações a partir da hipótese de um assassino capaz de mudar sua aparência.

Sobre o post

Esse é um conto de ficção, mas que discute alguns aspectos bem interessantes da matemática e da pesquisa.

1. Fundamentar bem uma hipótese. Pois as autoridades ao se depararem com os relatos dos crimes, assumiram de prontidão que se tratava de um único assassino, aderindo assim a hipótese de um Doppelgänger. Digo isso, pois às vezes partimos de aspectos bem rasos, de senso comum ou baseados nas nossas crenças pessoais, e deles fundamentamos hipóteses “que nos agradam”, mas realmente não chegam a ser boas hipóteses.

2. Identificar fatores que exercem influência. Nesse conto, as autoridades ignoraram os eventos das famílias vítimas, considerando o crime desassociado ao que ocorreu antes do incidente. No caso, havia um fator diretamente relacionado e que foi precipitadamente ignorado (as pessoas próximas da vítima foram identificadas com detalhes através de uma fotografia). Esse fator que inicialmente parece não se relacionar, quando considerado, poderia apontar porque algumas foram vítimas e outras não.

3. Comunicação extra-pares. Embora discutir nossas investigações com pares seja mais simples, afinal, os mesmos já estão acostumados com aquele repertório de conceitos, quando levamos o caso a extra-pares, temos uma percepção completamente diferente do assunto. Às vezes parece uma percepção hostil, ou

mesquinha, mas isso tem a ver com a própria natureza com que cada campo do conhecimento analisa o tema. No conto, as autoridades estavam com a ideia fixa de que existia um Doppelgänger, e buscavam com todas as forças provar isso. Procuraram ilusionistas para garantir que uma pessoa não poderia se disfarçar de tantas outras. Procuraram biólogos para entender a fisiologia de um ser humano capaz de alterar sua aparência. Mas foi um primeiro olhar de matemáticos que mantêm a comunicação extra-pares com biólogos, que sugeriu a hipótese inicial ser falsa.

4. Navalha de Ockham. Um princípio da pesquisa científica que dita a escolha dentre várias explicações para um fenômeno, aquela que depender do menor número possível de variáveis e hipóteses. No caso do conto, a explicação mais simples era de que um único assassino se disfarçava para realizar os crimes, mas uma vez que ela foi descartada pela consulta ao ilusionistas, as autoridades se mantiveram presas a hipótese de um único assassino, porém inseriram variáveis de que ele pudesse alterar sua aparência a partir de alguma habilidade sobrenatural. Essa é de fato uma hipótese que depende de uma série de outras variáveis mais complexas, sendo assim “podada” pela Navalha de Ockham. Reconhecendo que precisamos de uma explicação para esse cenário, o mais simples nesse caso é descartar a hipótese de um único assassino. Embora exija ainda explicações sobre como associá-los a pessoas próximas às vítimas, isso é de certo mais natural de

ser explicado, do que a existência da habilidade de Doppelgänger.

Agora um pouco sobre matemática

A ideia por trás desse conto envolvendo assassinos parecidos com pessoas próximas à vítima, se baseia num conceito semelhante àquele do paradigma dos aniversariantes.

Se considerarmos a aparência como “datas de aniversário”, ao compararmos sua aparência com a de um outro conjunto de assassinos, existe uma chance de correspondência relacionada à quantidade de assassinos.

Ou seja, pensando que a vítima é o Conde João, a chance de comparar uma pessoa aleatória com a aparência da sua esposa e encontrarmos uma assassina com aparência próxima a ela, é de x%.

Assim, a chance de comparar uma pessoa aleatória com a aparência da esposa do Conde e NÃO encontrarmos, é de 1 – x%.

Mas quando consideramos uma lista de N assassinos de aparências aleatórias, a chance de não encontrarmos uma pessoa com aparência próxima à esposa do Conde, é de (1 – x%)^N.

Se esse x% for por exemplo 0,01%, e o número de assassinos for 500. Temos que $(1 – 0.01\%)^{500}$ ~ 95%.

Ou seja, teríamos 5% de chance de encontrar alguém com aparência próxima a esposa do Conde.

Agora, se pensarmos que temos M pessoas próximas a vítima, a chance de que nenhum dos N assassinos seja parecido com nenhuma das M pessoas próximas à vítima, será dada por:

[(1 – x1%)^N]*[(1 – x2%)^N]*[(1 – x3%)^N]*…*[(1 – xM%)^N], onde x1, x2, …, xM é a chance de cada pessoa próxima à vítima ter uma aparência semelhante a outra pessoa aleatória.

Se supormos que esse x% seja de 0,01% para todas, e que temos 100 pessoas próximas à vítima, então teremos $((1 – 0.01\%)^{500})^{100} \sim 0.6\%$.

Ou seja, uma chance de 99,4% de encontrar um assassino com a aparência de alguma pessoa próxima à vítima.

4. CROCHÊ E O TEOREMA DAS DUAS CORES

blogs.unicamp.br/zero/3276 (30/07/2021)

Toda a comunidade matemática conhece o famoso Teorema das 4 Cores.

Sua declaração afirma que qualquer mapa, desenhado no plano, pode ser pintado com 4 cores sem que regiões vizinhas tenham as mesmas cores.

Mas existe um teorema mais humilde, não tão robusto quanto o anterior, mas ainda assim muito interessante, chamado de “teorema das duas cores”.

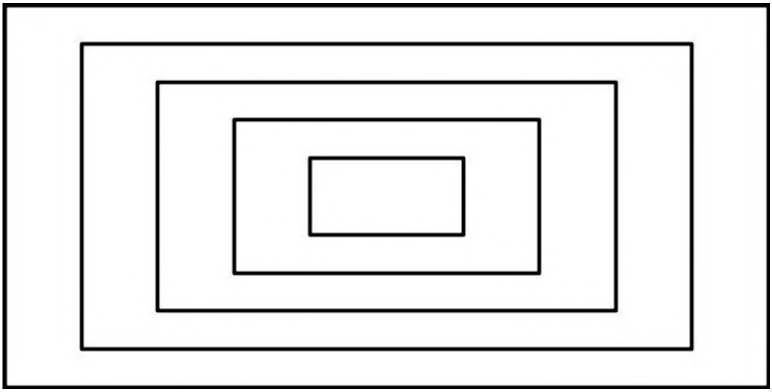
Legal, mas o que isso tem a ver com crochê?

Vamos imaginar um crochê usado para fazer superfícies planas como tapetes, e com regiões de cores bem definidas.

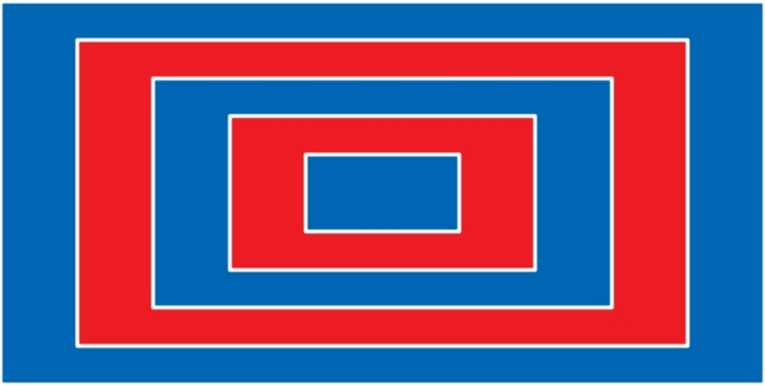
Como a figura abaixo:

Imagem obtida em instagram.com/croche.para.aprender._/

Podemos imaginar o padrão de cores desse tapete seguindo uma estrutura similar a essa:



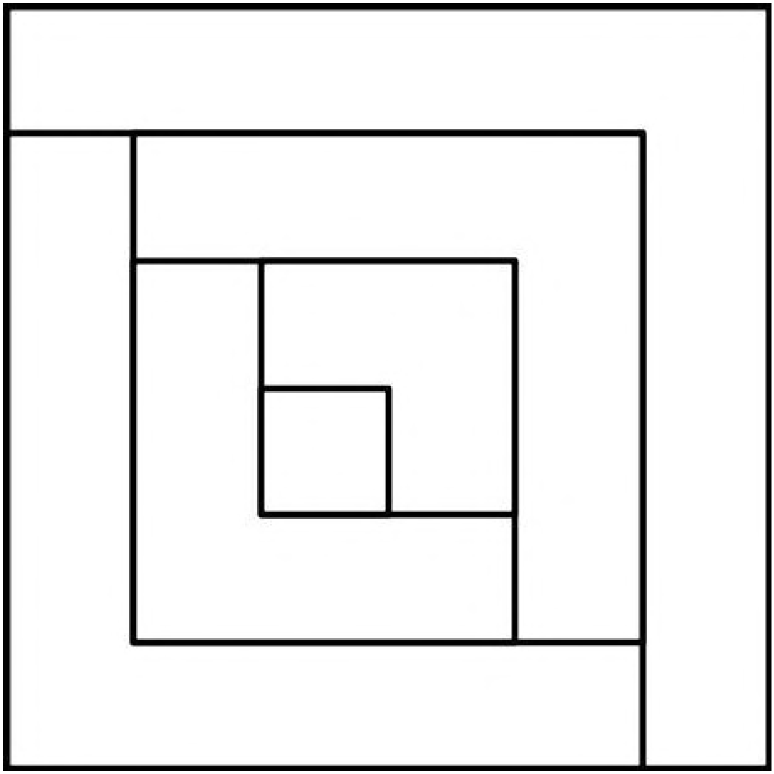
Facilmente, podemos com duas cores, colorir todas as suas regiões, sem que regiões vizinhas tenham a mesma cor, como mostro abaixo com as cores vermelho e azul:



Também é fácil encontrar tapetes que não podem ser coloridos com apenas 2 cores, sem que regiões vizinhas tenham a mesma cor, como no exemplo abaixo:

Imagem obtida em instagram.com/croche.para.aprender._/

Se generalizamos este tapete, teremos algo parecido com isso:



Para ver que é impossível colorir com apenas duas cores sem que regiões vizinhas tenham a mesma cor, observe o quadrado do centro.

Se pintarmos ele de azul.

As duas regiões adjacentes a ele deveriam ser pintadas de vermelho.

Mas essas regiões são adjacentes entre si, logo seriam regiões vizinhas com a mesma cor.

Você pode estar pensando, enfim, existem mapas/tapetes que podem ser pintados com 2 cores e outros que não, e ninguém sabe se será possível até que tente… Errado!

É aí que entra o nosso não tão famoso, mas importante, teorema das duas cores!

Ele garante que qualquer mapa/tapete desenhado apenas por curvas fechadas entrelaçadas pode ser pintado com apenas duas cores, sem que regiões vizinhas tenham cores iguais.

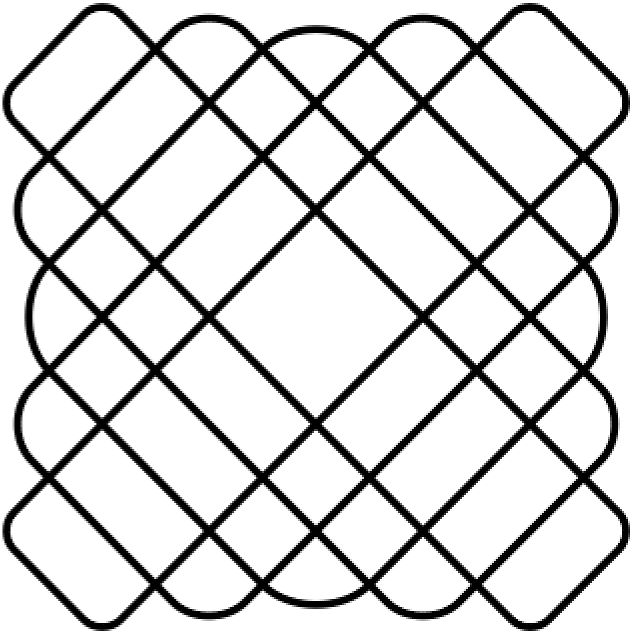
Abaixo tenho um videozinho mostrando alguns casos:

https://youtu.be/GLrRKwSzhAA

A inspiração para esse post surgiu no exato momento que vi os seguintes tapetinhos de crochê:

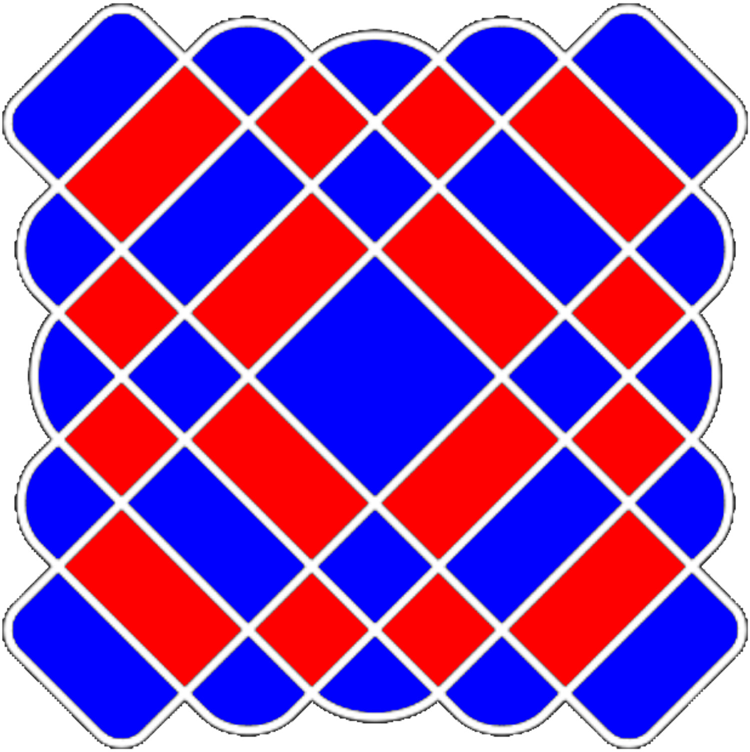
Imagem obtida em instagram.com/croche.para.aprender._/

Na hora, percebi que eles podiam ser generalizados como curvas fechadas entrelaçadas:



Desse modo, de antemão a tentar, já sabia que era possível colorir essas regiões com no máximo duas cores!

Agora farei essa coloração com azul e vermelho para mostrar que de fato é possível!



5. As baguetes de Poincaré

blogs.unicamp.br/zero/3297 (31/07/2021)

“As baguetes de Poincaré” é uma famosa anedota que já passou por muitos nomes e personagens.

A versão da qual contarei para vocês, é aquela apresentada no livro “El azar en la vida cotidiana”, de Alberto Rojo.

A história começa com uma ação bastante comum do matemático francês Jules Henri Poincaré…

Poincaré como um bom francês, adora uma baguete e não passa seu dia sem.

Assim, diariamente comprava uma baguete de 1 kg na padaria da sua rua.

Mas como um bom matemático, ele era bastante desconfiado das coisas, e tinha impressão que alguns dias a baguete parecia mais pesada e em outros, mais leve.

Para sanar suas dúvidas sobre a honestidade do padeiro, ele começou a pesar suas baguetes assim que chegava em casa!

Em um caderno ele marcava o peso da baguete e continuava o seu dia.

Após um pouco mais de dois meses, havia reunido dados o suficiente para fazer uma análise.

Aproximando o peso das baguetes em intervalos de 50g, montou o gráfico abaixo e percebeu algo que o deixou inconformado! (Olhando o gráfico abaixo você consegue descobrir o que incomodou tanto o matemático?)

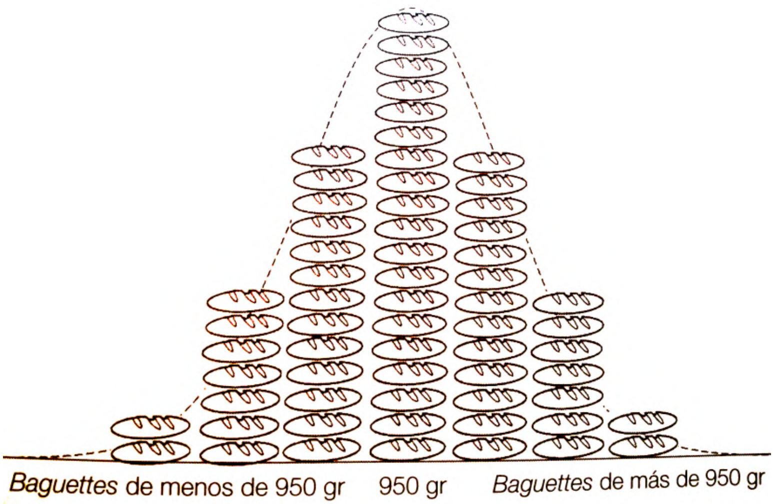


Imagem extraída do livro “el azar en la vida cotidiana” de Alberto Rojo (2012)

Essa distribuição de baguetes nos indica que o padeiro usa uma receita para fazer baguetes com 950g, em vez de 1kg.

Pois assumindo que a receita fosse de 1kg, deveríamos ter que as baguetes de 1kg formassem o ponto mais alto dessa distribuição, havendo um erro para mais ou para menos, as baguetes variariam entre um pouco mais leves e um pouco mais pesadas.

Porém, do resultado observado, Poincaré constatou que o padeiro era desonesto, afinal, sua receita original era voltada para produzir baguetes de 950g!

O que para um matemático francês amante de baguetes, era um tremendo golpe!

Poincaré levou sua reclamação ao padeiro e, por medo de ser penalizado pela lei, concordou com o matemático que corrigiria sua receita.

Poincaré era muito desconfiado, então mesmo após a promessa do padeiro de corrigir a receita, seguiu pesando os pães que comprava assim que chegava em casa.

Daquele dia em diante, os pães que Poincaré comprava pesavam 1kg ou mais, o que para uma pessoa leiga pareceria o correto… mas Poincaré entendia que havia algo de estranho, pois se a receita fosse para pães de 1kg, deveria haver um erro para mais ou para menos que fariam seus pães alguns dias pesarem menos de 1kg.

Incomodado com essa dúvida, seguiu reunindo esses dados.

Um mês depois, montou novamente um gráfico aproximando o peso dos pães em 50g e percebeu que o padeiro havia mentido sobre consertar a receita! (Olhando o gráfico abaixo você consegue descobrir o que o padeiro fez para tentar enganar o matemático?)

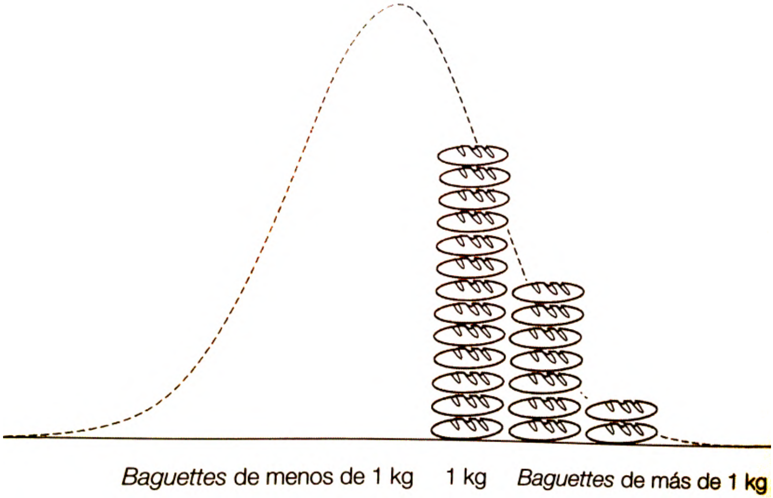


Imagem extraída do livro “el azar en la vida cotidiana” de Alberto Rojo (2012)

O padeiro em vez de mudar a receita, o que afetaria todo o seu lucro em cima de todos os clientes, passou a pesar apenas os pães que seriam vendidos pro matemático.

Se certificando de que as baguetes que Poincaré compraria teriam 1kg ou mais.

Desse modo, acreditando que ele não viria a perceber que a receita se manteve inalterada.

Para o azar do padeiro, a partir da análise da distribuição de probabilidade das baguetes, foi possível perceber que elas estavam sendo selecionadas.

Ou seja, se a receita fosse realmente para produzir baguetes de 1kg, Poincaré esperaria que sua distribuição fosse parecida com a do gráfico de antes dele reclamar sobre o peso das baguetes, mas com o pico do gráfico agora marcando as baguetes de 1kg.

Mas olhando o novo gráfico, dava para perceber que o padeiro apenas retirou da “amostra” que Poincaré receberia, as baguetes com peso inferior a 1kg.

Essa é uma anedota interessante para mostrar o potencial que a análise de uma distribuição de probabilidade nos permite inferir.

No caso, ela constatou inicialmente a desonestidade do padeiro, e depois, que as novas amostras já não eram aleatórias.

É claro que nessa anedota as curvas se distribuíram de maneira bastante conveniente para que as conclusões ficassem mais fáceis de se entender.

No dia a dia de quem mexe com estatística os dados são muito menos comportados, exigindo análises bem mais sofisticadas para chegarmos em algumas inferências.

6. Você conhece a ProofWiki?

blogs.unicamp.br/zero/3344 (08/08/2021)

Em vários posts deste blog já falamos sobre o papel da demonstração para os matemáticos e áreas correlacionadas (para citar alguns posts, temos: Teorema da Existência de Infinitas Piadas Matemáticas Não-Engraçadas, Xeque Impossível!, Demonstrar com charme, Você é fraco Lema, te falta importância!, Se funciona, qual o problema usar?).

Demonstrar algo é um alicerce por trás de toda teoria em matemática, e que garante a validade das demais considerações tão verdadeiras quanto as primeiras considerações inicialmente aceitas.

Desse modo, quando uma propriedade nova (ou apenas desconhecida) é apresentada, uma comunidade crítica de matemáticos exige que seja demonstrada sua validade, ou ao menos, indicar onde e quem a fez, para que então possam consultar o processo e aceitar que é de fato verdadeira.

Assim, no decorrer da vida profissional de matemático, estamos tão imersos nesse assunto que já temos de cabeça algumas centenas de resultados claros como verdadeiros, pois uma vez vimos sua prova, ou que a comunidade crítica da matemática viu e inferiu como autêntica.

Por exemplo, se falo que qualquer mapa plano pode ser pintado com até 4 cores sem que regiões vizinhas tenham a mesma cor, ou que $a^3 + b^3 = c^3$ não tem solução para a, b e c números inteiros maiores do que 0.

Ninguém me pedirá para “provar” isso, pois além de serem resultados bem conhecidos, também é conhecida a complexidade por trás de suas demonstrações.

Mas se começo a falar de propriedades de funções reais, enquanto me manter nas mais comuns, outros matemáticos ouvirão e tratarão com indiferença, dado que já sabemos se tratarem de propriedades demonstradas.

Mas então, surge uma propriedade um pouco diferente, menos conhecida ou de comportamento atípico, na hora é requerido ver sua demonstração para que continuemos usando-a.

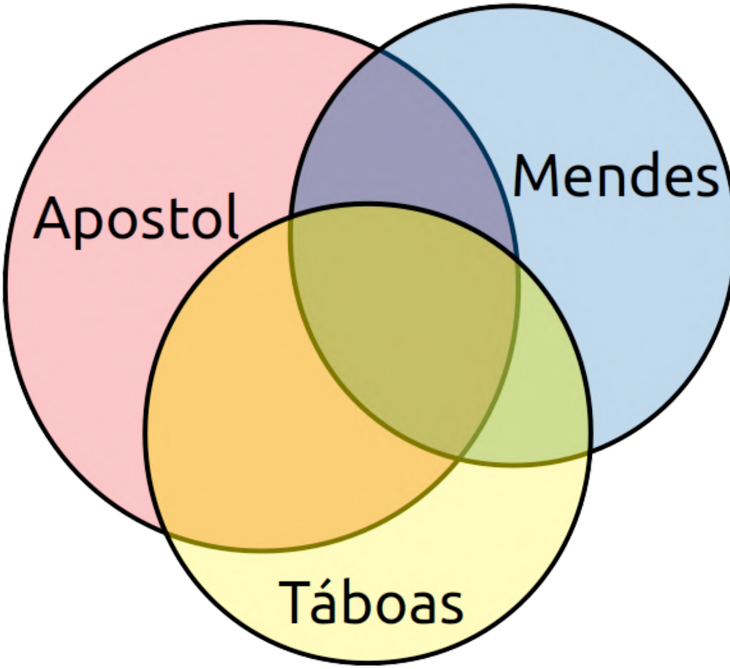
Daí que surge o objetivo de um livro de demonstrações: reunir demonstrações encontradas em várias fontes de modo a atuar como uma enciclopédia para as demonstrações de determinado conteúdo.

Por exemplo, tenho registrado todas as demonstrações da disciplina de Cálculo I encontradas nos principais livros-textos dessa disciplina, abaixo apresento o primeiro autor e a quantidade identificada nos 30 livros com mais demonstrações:

Autor	# dem.	Autor	# dem.

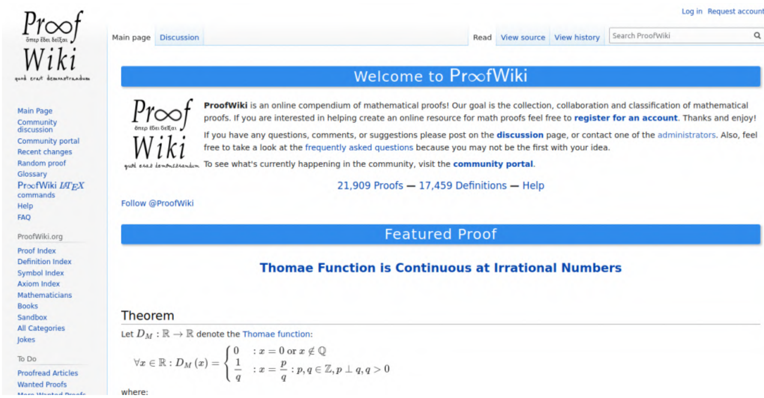
Apostol	201	Malta	46
Mendes	186	Cabral	40
Táboas	108	Thomas	32
Guidorizzi	99	Anton	31
Rogawski	96	Cavalcanti	30
Patrão	86	Strang	28
Swokowski	82	Vilches	23
Piskounov	79	Federson	22
Munem	73	Hazzan	22
Ayres	62	Lourenço	20
Flemming	60	Ávila	17
Boulos	59	Riguetto	15
Simmons	52	Ribeiro	12
Stewart	50	Larson	10
Gimenez	49	Pombo	10

Se formos ler todas, são ao todo 1.700 demonstrações, porém várias delas se repetem entre os livros, de modo que devemos ter realmente cerca de 250-300 demonstrações realmente diferentes (por exemplo, várias das demonstrações do Apostol, são também demonstrações do Mendes e do Táboas, e vice-versa).



Fazendo um excelente trabalho na organização e facilitando o acesso às demonstrações desde 2008, temos a página ProofWiki.

Uma espécie de Wikipédia (enciclopédia digital) voltada para demonstrações matemáticas (e com espaço para algumas piadas matemáticas também), que atualmente reúne nada menos do que 21.909 demonstrações e 17.459 definições (impressionante!).



Log in Request account

Main page Discussion Read View source View history Search ProofWiki

- Main Page
- Community discussion
- Community portal
- Recent changes
- Random proof
- Glossary
- ProofWiki $\LaTeX$ commands
- Help
- FAQ

ProofWiki.org

- Proof Index
- Definition Index
- Symbol Index
- Axiom Index
- Mathematicians
- Books
- Sandbox
- All Categories
- Jokes

To Do

- Proofread Articles
- Wanted Proofs

Welcome to ProofWiki

ProofWiki is an online compendium of mathematical proofs! Our goal is the collection, collaboration and classification of mathematical proofs. If you are interested in helping create an online resource for math proofs feel free to **register for an account**. Thanks and enjoy!

If you have any questions, comments, or suggestions please post on the **discussion** page, or contact one of the administrators. Also, feel free to take a look at the frequently asked questions because you may not be the first with your idea.

To see what's currently happening in the community, visit the **community portal**.

21,909 Proofs — 17,459 Definitions — Help

Follow @ProofWiki

Featured Proof

Thomae Function is Continuous at Irrational Numbers

Theorem

Let $D_M : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ denote the Thomae function:

$$\forall x \in \mathbb{R} : D_M(x) = \begin{cases} 0 & : x = 0 \text{ or } x \notin \mathbb{Q} \\ \dfrac{1}{q} & : x = \dfrac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, p \perp q, q > 0 \end{cases}$$

where:

https://proofwiki.org/wiki/Main_Page

7. ARRASTA O X

blogs.unicamp.br/zero/3359 (10/08/2021)

Em alguns posts deste blog já contei para vocês um pouco do que pesquiso sobre demonstrações de teoremas (Minha pesquisa: andadores para demonstrações de teoremas; Demonstre teoremas e ganhe bombons).

Porém a Ciência e os Cientistas no Brasil precisam realizar um esforço contínuo de se mostrarem presentes numa sociedade em que o Ministro da Educação considera a Educação um direito reservado a poucos (https://g1.globo.com/educacao/noticia/2021/08/10/ministro-da-educacao-defende-que-universidade-seja-para-poucos.ghtml).

Nessa perspectiva, gostaria de apresentar o produto educacional fruto de um trabalho em equipe (com minha esposa e minha mãe) no programa de pré-aceleração Ocean Novos Negócios (N2), em parceria da Samsung com a USP, UNICAMP e Universidade do Estado do Amazonas.

Entramos nesse programa com o objetivo de "dar forma" à essa pesquisa esquisita que realizo no doutorado.

Depois de muitas idas e vindas, discussões acaloradas, hipóteses destruídas e trabalhos de campo, chegamos numa organização minimamente funcional.

https://youtu.be/Uxg0W252s08

Arrasta o X (esse é o nome do projeto) é uma iniciativa com o propósito de tornar mais agradável (ou menos sofrível) o processo de aprender a escrever demonstrações de teoremas na matemática.

De forma simples, é um software com o papel de auxiliar a aquisição da escrita de demonstrações matemáticas.

Assim, à medida que o usuário pratica as demonstrações arrastando e soltando os bloquinhos, há um potencial de aprendizagem das palavras, argumentos e estruturas que permitem elaborar uma demonstração matemática.

O software tem como foco que a pessoa consiga demonstrar a partir dos conhecimentos matemáticos que ela detém sobre aquele tema e do uso de raciocínio lógico em cima dos bloquinhos disponíveis.

Ficou curioso e gostaria de experimentar?

Neste link você encontra todas as demonstrações disponíveis: https://sites.google.com/view/arrasta-o-x

Se quiser se aprofundar um pouco mais no assunto de demonstrações, temos um curso online e gratuito, que incorpora práticas de demonstração com discussões teóricas sobre o tema realizadas neste blog:
https://classroom.google.com/c/NDU4NTI2MDEwOTU5?cjc=opuboss

8. Polígono regular de π lados?

blogs.unicamp.br/zero/3409 (27/08/2021)

Essa semana estava conversando com meu amigo Pavel, quando comentei sobre quão legal seria polígonos regulares com quantidades não-Naturais de lados… então esse post é para você e para todas as pessoas com dificuldade de enxergar esses polígonos esquisitos.

Para começar esse texto precisamos falar de definições… e nada melhor para explicar o poder das definições matemáticas, do que uma piada.

Um filósofo, um físico e um matemático recebem a mesma quantidade de cerca, e pede-se para que eles cerquem a maior área possível.

O filósofo pensa por um momento e decide cercar uma área quadrada.

O físico, percebendo que podia cercar uma área maior, imediatamente colocou sua cerca em forma de círculo. “Quero ver você superar isso!”, diz ele ao matemático, sorrindo.

O matemático, em resposta, pega uma pequena parte de sua cerca, enrolada em volta de si e exclama: “Eu me defino como estando fora da cerca!”

A moral dessa piada é que na matemática “vale tudo” desde que tenhamos definido dessa maneira.

Em aula uma vez me perguntaram “como mostrar” que as operações básicas com matrizes, ocorrem daquela maneira?

A resposta matemática é bastante sem graça: “pois são desse jeito que foram definidas” … já a razão dos matemáticos definirem dessa maneira tem interesses bem específicos para os cálculos que eles precisam realizar com essas disposições retangulares de números 🙂

Mas voltando à história dos polígonos regulares de lados não-Naturais, vamos pensar qual seria a ideia para imaginá-los.

O ângulo interno de um polígono regular de N lados é uma constante.

Ou seja, a relação entre o número de lados do polígono e seu ângulo interno é uma função injetora.

Pois se digo que um polígono regular tem ângulo interno de 60 graus, então estou falando de um triângulo regular.

Se o polígono regular tem ângulo interno de 90 graus, então estou falando de um quadrado.

Se um polígono regular tem ângulo interno de 108 graus, então estou falando de um pentágono regular.

Essa constante se mantêm e inclusive já foi discutida no post Quantos graus tem o ângulo interno de um polígono regular de infinitos lados?.

Uma maneira de calcular esse ângulo mostrado no post é a seguinte:

3 lados: [180 – (360/3)] = 60 graus

4 lados: [180 – (360/4)] = 90 graus

5 lados: [180 – (360/5)] = 108 graus

6 lados: [180 – (360/6)] = 120 graus

7 lados: [180 – (360/7)] = 128,5 graus

8 lados: [180 – (360/8)] = 135 graus

9 lados: [180 – (360/9)] = 140 graus

10 lados: [180 – (360/10)] = 144 graus

Nesse cálculo, a expressão geral é [180 – (360/n)] onde n é o número de lados do polígono regular.

No caso, x é o ângulo (um número Real positivo), enquanto n é um número Natural maior ou igual a 3.

Apesar de termos uma função injetora, na nossa estrutura atual ela não é sobrejetora, visto que podemos escolher ângulos dos quais não temos um número de lados de um polígono regular que corresponda.

Por exemplo, no nosso cenário tradicional não há um polígono regular com ângulo interno 80 graus.

Perceba que o tamanho do domínio (lados de polígonos) é bem menor que o tamanho do contradomínio (ângulos internos).

Ou seja, podemos escolher qualquer n que teremos um x válido.

Mas o contrário não funcionaria, escolher um número qualquer para x não garante que n será um número Natural.

Desse modo, vamos "definir" simplesmente que n a partir de agora será um número real positivo maior ou igual a 3.

Mas antes de tomarmos qualquer x e determinarmos o número de lados do nosso polígono, observe que nossa definição ainda está sem um sentido geométrico.

Antes de pensarmos na geometria do nosso objeto, vamos ver seu comportamento algébrico.

Fixando o comprimento das arestas do polígono, vamos aumentar gradativamente seus ângulos internos.

Começaremos transformando um triângulo equilátero em um quadrado.

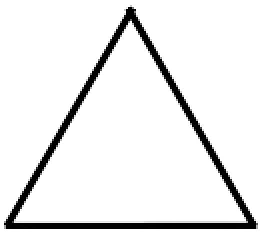
Ângulo	**Lado**
60,0	3

62,0	3,05
63,9	3,1
65,7	3,15
67,5	3,2
69,2	3,25
70,9	3,3
72,5	3,35
74,1	3,4
75,7	3,45
77,1	3,5
78,6	3,55
80,0	3,6
81,4	3,65
82,7	3,7
84,0	3,75
85,3	3,8
86,5	3,85
87,7	3,9
88,9	3,95

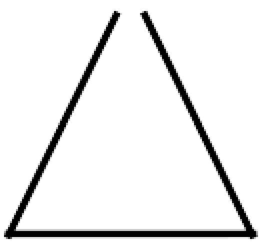
90,0	4

O cálculo parece funcionar, mas qual seu sentido geométrico?

Vamos tentar fazer o mesmo que fizemos com os cálculos acima, agora com um triângulo real:

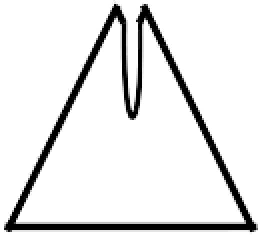


Se começarmos aumentando um pouco seus ầngulos internos da base:

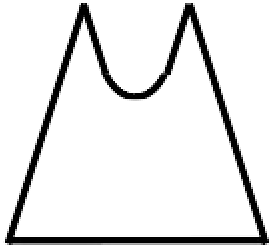


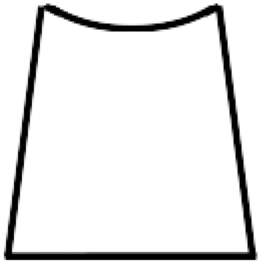
Imediatamente ganhamos um vértice a mais, porém “perdemos” o polígono em si, além de que não há mais sentido falar em ângulos internos desses dois vértices.

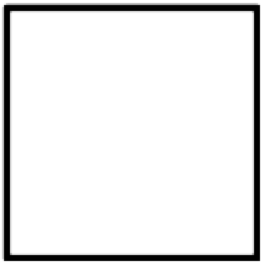
Um jeito de resolver essa questão, é criarmos uma aresta curvilínea com comprimento igual ao das outras arestas mas com a inclinação inicial com os vértices igual aos ângulos da base:



Então, a medida que aumentamos nossos ângulos internos, essa aresta curvilínea vai se alinhando:







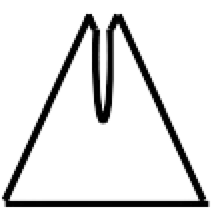
Pronto, agora temos “definido” nossos polígonos regulares com números reais de lados.

Para encerrar a brincadeira, vamos calcular o ângulo interno de um polígono regular de π lados.

Usando nossa expressão: [180 – (360/n)] substituindo n por π, teremos:

[180 – (360/π)] ~ 65.4 graus.

Construindo um triângulo equilátero e abrindo seus ângulos da base nessa inclinação junto à aresta curvilínea, teremos algo parecido com isso:



Um lindo polígono regular de π lados

9. Cubo instantâneo

blogs.unicamp.br/zero/3464 (01/09/2021)

Não lhes peço que aceitem nada, se acharem que não há base para tanto.

Em breve irão todos concordar com as minhas premissas.

Todos sabem, imagino, que uma linha geométrica, uma linha de espessura igual a zero, não tem existência real.

Estudaram isso, não é?

Assim como um plano geométrico também não existe.

Tais coisas são meras abstrações.

Do mesmo modo, um cubo que possua apenas altura, largura e profundidade não pode ter uma existência real.

Nesse ponto talvez você discorde, afinal corpos sólidos existem.

Podem não ser perfeitos como cubos, mas os objetos ao nosso redor são corpos sólidos com altura, largura e profundidade.

Essa foi a mesma questão que o senhor Filby fez para o Viajante no Tempo do livro A Máquina do Tempo de H. G. Wells publicado originalmente em 1895, do qual o primeiro parágrafo foi extraído.

Como resposta o Viajante no Tempo questiona o senhor Filby sobre cubos instantâneos existirem?

Ou seja, se temos um cubo com altura, largura e profundidade, mas que dure apenas um infinitésimo de tempo, podemos dizer que esse objeto ainda assim é uma existência real?

Nesse sentido, o Viajante no Tempo explica que:

Qualquer objeto real deve se estender em quatro direções: ele deve ter Altura, Largura, Espessura e Duração.

Mas devido a uma limitação natural dos nossos sentidos, que já explicarei, temos uma tendência a desprezar este último aspecto.

Existem na verdade quatro dimensões, três que constituem os três planos do Espaço e uma dimensão adicional, o Tempo.

Temos, no entanto, uma tendência que nos faz estabelecer uma distinção irreal entre as três primeiras dimensões e a última, porque nossa consciência se move de maneira intermitente em uma direção só, ao longo desta última do começo ao fim das nossas vidas.

Parece um conceito estranho, talvez até mesmo sem muita relevância para nosso dia a dia.

Mas certamente aqueles que já se colocaram a escrever algum código de computador, em dado momento devem ter criado objetos de duração infinitesimal.

Pense comigo, estou aqui escrevendo o código que gerará a aplicação de um cubo;

Defino um vértice e dele obtenho 3 vetores linearmente independentes;

Dou para o computador essa informação, que é suficiente para gerar um cubo;

O computador compila e dá tudo certo, porém não vejo aparecer cubo nenhum.

De fato, o computador gerou uma representação de um Cubo com as 3 dimensões espaciais (altura, largura, profundidade).

Porém, sem duração, desse modo, o computador logo após gerar o Cubo, já encerrou o código.

O Cubo gerado obedecia a todas as características de um Cubo no espaço tridimensional, mas alguém o viu?

Sabemos que esse objeto existiu por apenas um instante de tempo, um Cubo Instantâneo.

Assim, retomando a discussão do Viajante no Tempo para nosso contemporâneo.

Embora esse Cubo Instantâneo tenha um sentido para a realidade de quem programa, para a realidade sensível e tangível na qual vivemos, esse Cubo teria ainda algum sentido?

Dessa forma, o Viajante no Tempo defende que os objetos tenham também sua duração.

Por exemplo, um cubo de gelo, ele tem um período de existência.

Nem sempre ele foi aquele cubo de gelo e um dia ele não será mais.

Então, além da Altura, Largura e Comprimento, temos o tempo que o objeto existe naquela forma.

Um cubo de gelo quando começa a derreter, já não pode mais ser considerado o mesmo cubo de antes.

Assim como um programa que compila os dados e gera um Gráfico com apenas Altura e Largura e então desaparece.

A função do Gráfico que é facilitar a interpretação dos dados pelo usuário não pode ser concretizada, visto que a dimensão tempo não estava presente nesse objeto.

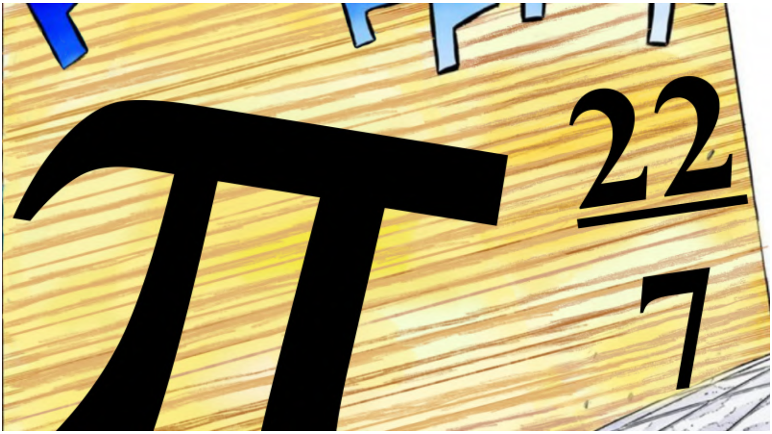
Assim, para que alguém visualize o Gráfico e ele cumpra seu papel de fazer parte da nossa realidade, mesmo esse objeto de estrutura aparentemente bidimensional (Altura e Largura) também precisa de uma terceira dimensão (tempo), ou seja, computacionalmente falando, este seria um Gráfico tridimensional.

Gostou dessa discussão esquisita?

Fica a dica de livro, A Máquina do Tempo, de H. G. Wells, é uma leitura bem curta e com um estilo de descrição que explora bem o indescritível, te dando muita liberdade para imaginar as coisas impossíveis!

10. Oh, you’re approaching me?

blogs.unicamp.br/m3/601 (03/09/2021)



Se você já assistiu JoJo’s Bizarre Adventure: Stardust Crusaders o título desse post lhe é bastante familiar 🙂 mas se não assistiu, também não tem problema que vamos explicar o que quer dizer e por que trazemos isso para falar sobre matemática.

No final dessa temporada do anime, o vampiro e vilão principal se revela com um poder contra o qual não é possível enfrentar.

O protagonista é alertado sobre o que esse poder faz e é recomendado a fugir.

Mas em vez disso, ele avança de maneira séria na direção do vampiro que se surpreende com a postura de avançar em vez de fugir e diz a famosa frase “Oh, you’re approaching me?” (Oh, você está se aproximando de mim?).

Brincadeiras à parte, quando pensamos em realizar cálculos nos convém aproximar valores.

Por exemplo, se estou trabalhando com frações e em dada circunstância preciso usar π.

Pode ser mais interessante dependendo da margem de erro que preciso, chamar π de 3, ou se desejar uma expressão um pouco mais próxima, chamar π de 22/7 (~ 3.142).

Embora não represente realmente o valor do número irracional π, pode ser o suficiente para obter um resultado próximo o bastante daquilo que precisamos.

Mas quando escolher o que aproximar e por quanto aproximar?

Então, essa é a cereja do bolo da Matemática.

Não há uma regra universal para isso.

Aproximar um valor de outro depende exclusivamente da precisão dos cálculos que desejamos realizar.

Por exemplo, se desejo comprar um parafuso para meu notebook, não posso me dar ao luxo de adquirir um maior ou menor do que a medida exata de seu encaixe no aparelho.

Nesse caso, preciso tomar a medida com uma aproximação que me permita escolher o parafuso certo.

Assim, se a diferença de um parafuso para o outro é de 1 mm, o meu erro de aproximação na hora de escolher o parafuso certo é de no máximo 0.5 mm.

Pois isso me fará procurar parafusos entre que estejam entre x – 0.5 mm e x + 0.5 mm, e nesse intervalo teremos apenas o parafuso que busco.

Mas ao falarmos de aproximação, isso também nos permite simplificar muitos cálculos para chegarmos em estimativas suficientes para nosso problema. Isso aparece de uma forma bem legal no conteúdo Vampiros disponível no repositório Matemática Multimídia.

Nesse áudio um vampiro se apresenta para uma moça convidando-a a se tornar um vampiro também e explica como a taxa de indivíduos da sua espécie cresce.

Mas a moça diante desse padrão de crescimento, faz alguns cálculos rápidos aproximando valores para concluir que da forma como ele explicou, há um grande furo nessa história.

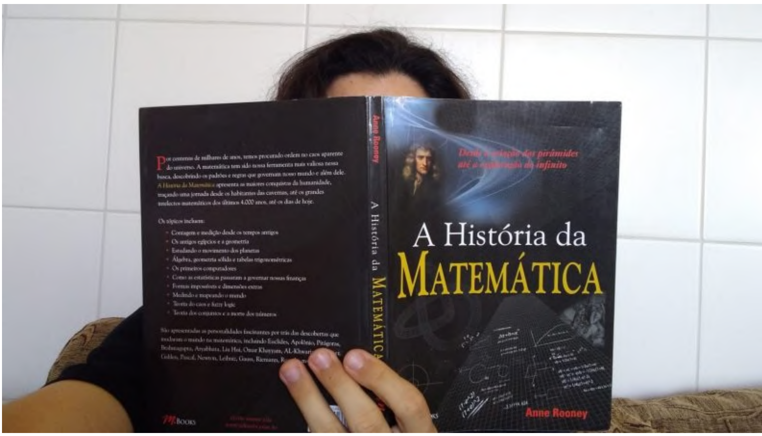
Ficou curioso para saber qual é o furo?

Dê uma olhada no repositório e ouça o áudio na íntegra, você vai gostar!

https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1260

11. No Zero a gente leu “A História da Matemática” de Anne Rooney

blogs.unicamp.br/zero/3472 (04/09/2021)



Relembrando minha graduação em Matemática pela USP percebo como as coisas nos são apresentadas de modo direto e finalizado.

Geralmente começamos com disciplinas de Cálculo e Geometria Analítica, mas em nenhum momento somos orientados sobre de onde surgiu o Cálculo ou a Geometria Analítica.

Você pode estar pensando, “ahw, mas saber como surgiu não é realmente tão importante… “ ou que isso seja mais uma questão de curiosidade, assim não valeria a pena “desperdiçar” o precioso tempo de curso para tais aspectos.

Realmente acho que por algum tempo eu mesmo pensava assim.

É um pensamento até que natural quando se convive naquele meio onde somos sufocados e levados ao limite da exaustão para alcançar o 5.0 nas provas.

Diante uma estratégia de estudo voltada para obter suados 5 pontos, a compreensão sobre a história e contexto daqueles conceitos parece ter pouca ou nenhuma influência.

Tipo, saber a história por trás da Integração, pode parecer irrelevante quanto a habilidade de usar a Integração em um exercício.

Mas hoje, pensando com mais calma, vejo que essas não são questões que deveriam ser negligenciadas.

Pois a ordem como a matemática se desenvolveu e a maneira como diferentes áreas se mesclaram, gera um sentido e coesão nos conteúdos.

É claro que ao longo dos anos convivendo entre matemáticos, acabamos aprendendo um pouco de história da matemática, mas como fatos isolados e de difícil associação.

Então, realmente, entender que o problema de calcular áreas veio antes de calcular taxas de crescimento faz pensarmos no quanto a área é uma noção mais intuitiva apesar da Integração ser um processo mais complexo do que a diferenciação.

Pequenas noções, a menos que pareçam influenciar nossa atividade prática, são positivas para nos situarmos do que estamos fazendo.

Por exemplo, ao calcularmos a área abaixo de uma curva, não faz sentido chegarmos em um valor negativo… mas se formos apenas pelos cálculos podemos achar que esse valor negativo tem tanto sentido quanto o positivo.

Adorei ler o livro “A História da Matemática” de Anne Rooney.

Não chega a ser um livro acadêmico a ser usado como referência de base para uma pesquisa, mas a autora faz um excelente trabalho apresentando não só os fatos, como costurando sua evolução ao longo de diferentes períodos da história.

Deixando claro por exemplo, que integrar surgiu antes de derivar, e que a relação entre ambas é algo relativamente recente e que faz muito juz ao pomposo nome que recebeu (Teorema Fundamental do Cálculo) visto que une esses dois campos que cresceram meio separados por séculos.

Lendo este livro fica muito claro que os progressos na matemática não ocorreram de maneira isolada e nem pacífica, pessoas morreram por propor ideias diferentes (como o discípulo de Pitágoras que mostrou a existência dos números irracionais) e que nem sempre ideias “óbvias” eram tidas como óbvias (tal como o sistema decimal por muito foi evitado, apesar de simplificar bastante a realização de cálculos).

Que nem sempre os conceitos foram bem aceitos como são hoje, e que pessoas em diferentes lugares do mundo que nunca se conheceram, trabalhavam nas mesmas direções (e às vezes na mesma época).

Fica bastante claro também, que as disciplinas não surgiram na ordem que nos são apresentadas na graduação.

Mas também fica claro porque não é interessante apresentá-las seguindo a forma como surgiram na história.

Fica claro também que as disciplinas como Cálculo e Geometria Analítica não estão lá no começo da graduação por conveniência, e sim por serem pilares por trás de questões matemáticas bem antigas e muito aplicadas, além de estarem diretamente relacionadas (embora essa percepção não fique tão clara quando pisamos pela primeira vez na universidade e recebemos uma tonelada de listas de exercícios para fazer).

Essa é uma leitura que certamente recomendo a todos que desejam estudar matemática ou repensar na forma como ensinamos matemática, até mesmo para quem não venha a cursar uma graduação ou seguir na área de matemática, esse é um texto que proporciona um entendimento sobre como o conhecimento matemático provavelmente surgiu e se desenvolveu.

Destacando as evidências históricas, seus aspectos culturais, religiosos e os principais motores que proporcionaram seu progresso. Isso deixa claro como a matemática per se é algo bastante novo, e que antes disso ela era uma “ciência” bastante aplicada às mais diversas demandas de cada sociedade.

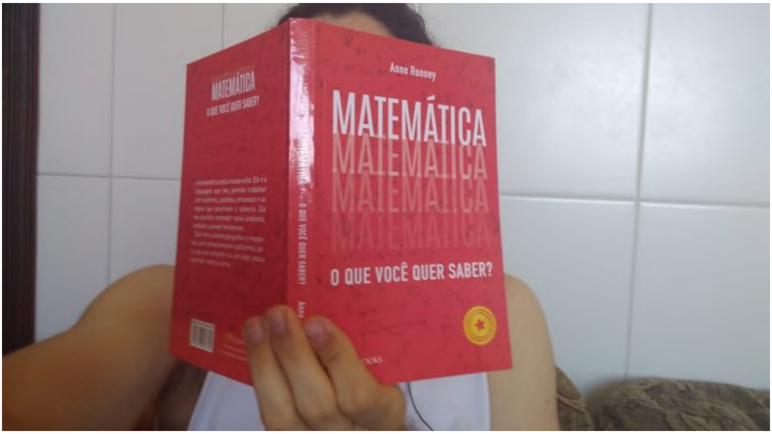
Tanto que foi um choque o surgimento da matemática sem uma aplicação real ou sem um contexto imaginável, trabalhá-la com um universo puramente conceitual que hoje é bem aceito, por grandes matemáticos alguns séculos atrás foi considerado algo ultrajante e absurdo.

Sinto que com essa leitura, os fatos isolados da História da Matemática que conhecia, se amarraram, preenchendo as lacunas existentes e inclusive me fazendo retomar lá no período de graduação, quando algum professor tentava trazer um pouco da perspectiva histórica ao problema discutido.

A intenção é boa, mas o ritmo e a pressão em que os estudantes viviam não favorecia esse tipo de aprofundamento que poderia ter proporcionado uma aprendizagem melhor e com mais significado entre os conceitos aparentemente isolados que eram discutidos.

12. No Zero a gente leu "Matemática: o que você quer saber?" de Anne Rooney

blogs.unicamp.br/zero/3477 (06/09/2021)



Interessante como na história da Matemática vemos que várias descobertas (chamemos assim) ocorreram de formas completamente independentes por um simples progresso da ciência/sociedade.

Não é como se uma pessoa/grupo tivesse encontrado aquele resultado e os demais copiassem.

Claro que hoje com o desenvolvimento dos meios de comunicação instantânea, fica cada vez mais fácil descobrir o que já se desenvolveu em uma determinada área do conhecimento evitando assim "descobertas repetidas".

Uma descoberta matemática realizada aqui na Terra ou num planetinha a bilhões de anos luz daqui, terá a mesma validade, dado que os conceitos são idênticos.

Mas esse é um ponto interessante de se pensar na perspectiva da pesquisa, principalmente em Ciências Humanas, pois o “repetir” só perde o interesse quando os objetos de estudo apresentam características muito similares.

Se pensarmos no aspecto humano por trás das divulgações científicas de matemática, um mesmo tema pode ser abordado da mesma maneira por diferentes pessoas (que não se conheçam) e ainda assim, produzir resultados muito diferentes.

Para ilustrar essa situação, ontem maratonei o livro Matemática: o que quer saber? da autora Anne Rooney e senti essa mesma sensação de que embora eu e a autora nunca tivéssemos conversado ou conhecêssemos o trabalho um do outro, vários dos posts deste blog se relacionam muito com os capítulos deste livro.

Vi temas muito semelhantes àqueles que já discuti nesse blog, mas a forma como apresentamos e exploramos os assuntos se distancia bastante.

Não é como se um tivesse copiado o outro, ou que um de nós fosse o “verdadeiro autor” por trás daquela ideia.

O fato é bem mais simples, que o progresso científico ocorre por diferentes frentes alavancado por fatores comuns à sociedade.

Por exemplo, mediante a pandemia de COVID-19, houve um estímulo muito grande de diferentes partes para a produção de conteúdos de divulgação científica relacionados à pandemia e outros aspectos comuns.

Do mesmo modo que com o interesse pelo xadrez, muitas pessoas vêm a escrever matérias sobre esse tema, não necessariamente que as ideias “repetidas” produzidas sejam uma cópia de outros autores, mas simplesmente um indício de que o conhecimento sobre aquele tema se desenvolve em direções semelhantes, tal como ocorreu no progresso científico na história da Matemática e de outras Ciências.

Claro que meu jeito de escrever é bem diferente do jeito dela, mas em vários textos que lia, reconhecia as mesmas ideias e propostas de inquietação sugeridas ao leitor.

Achei um livro muito legal, a autora conseguiu com um forte domínio da história matemática inter relacionada a outros assuntos do cotidiano, apresentar os mais diversos aspectos da matemática em uma leitura suave e instigante, sem se prender a proposta de explicar que um livro de matemática teria.

O único contra desse livro, é que os capítulos são muito curtos, você está no meio da leitura, querendo saber mais e ver mais sobre o tema, quando ele termina, te deixando na vontade.

Mas talvez isso seja um problema da minha parte como matemático, que gosto de ler livros-textos de Matemática (que não são muito palatáveis), de modo que pensando no objetivo do livro como instigar a curiosidade e o interesse do leitor no tema, é um sucesso.

Considero esse um trabalho muito bacana para quem gostaria de entender melhor sobre essa suavidade que envolve a divulgação científica de matemática.

Mas sugiro que dê uma lida primeiro no outro livro dela "História da Matemática", pois juntos formam uma combinação bem mais proveitosa.

A autora em si demonstra um domínio absurdo na História da Matemática e uma noção incrível sobre o quanto de seriedade é necessário inserir em seu texto para deixá-lo estimulante e com conteúdo que nos faz refletir sobre nossa vida.

Inclusive, tem um capítulo sobre a questão da COVID-19 que é bastante pertinente no sentido do papel da vacinação e do risco de uma pandemia.

Esse talvez seja um tema não tão simples de se entender assim à primeira vista, mas vale muito a pena fazer aquele esforço.

Inclusive, o professor do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Unicamp, Samuel Rocha de Oliveira (meu orientador de doutorado), deu em 2020 no começo da pandemia de COVID-19 uma excelente palestra sobre Oportunidades de ensino de matemática no contexto da COVID-19 que casa bem com esse capítulo da Anne Rooney.

https://youtu.be/xuBv4AyeBpw

Assim, fica como recomendação a leitura desse livro tanto para você que gostaria de começar a se aventurar em divulgação científica de matemática, quanto para você que nunca foi muito com a cara da matemática, mas gostaria de repensar essa relação de amor e ódio que a escola às vezes nos proporciona.

13. O DESAFIO NA PORTA DO ABISMO

blogs.unicamp.br/zero/3498 (18/09/2021)

No começo dos anos 70, quando a popularidade do xadrez estava em alta no mundo, surge um boato entre os principais representantes da categoria envolvendo um desafio das trevas.

Para acessá-lo haviam diversos requisitos, como subir num elevador de um prédio localizado na esquina de duas ruas com nomes de santos católicos, mas a fim de evitar que mais pessoas se submetam a esse perigo, omitimos aqui os demais passos necessários para tal.

Não se sabe ao certo como esse boato surgiu, nem quem o divulgou de maneira tão precisa entre tantas nações, mas vários enxadristas profissionais se viram tentados a participar.

Apesar do boato ser levado pouco a sério em alguns grupos, todos aqueles que se colocaram a realizar os procedimentos para acessar esse desafio das trevas nunca mais eram vistos.

Na época, devido ao conflito da Guerra Fria, os mais céticos atribuíam esses desaparecimentos às agências de inteligência das grandes nações.

Mas o boato chegou até um jogador amador bastante velho que nunca tinha se destacado o suficiente para ser reconhecido, mas durante sua trajetória chegou a dar bastante trabalho a grandes mestres do xadrez devido a sua capacidade de colocar-se em situações de altíssimo risco.

Essa característica fez com que ele fosse conhecido dentro da própria comunidade como o Enforcado.

Esse jogador havia perdido o contato com alguns excelentes jogadores com quem tinha amizade que foram atrás do desafio das trevas, tentado a descobrir mais sobre isso, foi o mesmo seguir as instruções do boato para acessá-lo.

O Enforcado estava no elevador do prédio quando finalizou todos os procedimentos que o suposto ritual arcano exigia, na hora veio uma sensação de decepção ao perceber que continuava tudo igual, não fora transportado a lugar nenhum, nem nada havia ocorrido.

Por um momento, se chateando por ter acreditado naquilo, quando a porta do elevador abre e percebe estar em um andar completamente vazio e escuro.

A poucos metros da porta do elevador, havia um tabuleiro de xadrez montado e uma entidade sombria sentada ao seu lado.

Em pânico toda a coragem do homem se foi, e ele quis sair dali.

Apertando para o elevador mudar de andar, mas apesar da porta fechar-se, o elevador permanecia parado até que a porta se abrisse novamente e revelasse aquele mesmo andar.

O Enforcado percebendo que havia realmente acessado o desafio das trevas se arrepende daquilo, mas sente que não há volta, então com as pernas trêmulas se dirige aquela entidade que lhe cumprimenta pelo nome de Enforcado, dizendo que sua fama era reconhecida até mesmo ali, nos limites do abismo.

O homem assustado se coloca arrependido, dizendo que sentia muito ter tentado aquilo, que gostaria de ir embora.

Mas a entidade diz que isso não era possível, que estavam agora numa bolha entre o abismo e sua realidade, e o único jeito de romper essa bolha é derrotando-a numa partida.

O Enforcado então se dá conta do porque seus companheiros e outros enxadristas nunca retornaram do desafio, devem ter perdido a disputa, mas com a voz trêmula e morrendo de medo, pergunta para aquele ser obscuro na sua frente, o que ocorreria caso perdesse a partida.

E o ser lhe respondeu que absolutamente nada, que poderia disputar contra ela quantas vezes quisesse.

O Enforcado então se colocou a jogar, estava com bastante medo. Logo na primeira jogada, a entidade disse:

Non curat

Então ouve-se um tipo de assobio vindo do tabuleiro e uma peça se move.

O Enforcado perguntou o que significava “Non curat“, e imediatamente ouve-se outro assobio vindo do tabuleiro e uma peça do lado dele se move.

A criatura então explicou que era uma expressão do Latim, que significava “eu não me importo”, dizer isso era um comando para que uma jogada aleatória fosse realizada, uma pequena conveniência para os momentos de indecisão, tais como o primeiro lance do jogo.

Após a explicação bastante educada e cordial, o Enforcado parece ter entendido porque a criatura não se importava com algumas jogadas simples, visto que sua habilidade no jogo era absurda.

Em poucas jogadas estava com sua partida toda arruinada, sendo derrotado.

Após a derrota o Enforcado esperava alguma punição, mas nada ocorreu, aquela entidade apenas agradeceu a partida e se propôs a arrumar as peças para que jogassem de novo.

O Enforcado surpreso da cordialidade e gentileza, se colocou a jogar de novo e de novo.

Tentando estratégias diferentes, jogadas suicidas e todo tipo de artimanha que conhecesse para obter alguma vantagem frente ao seu fabuloso adversário.

Após muitas partidas, alguns embates mais equilibrados que os outros, pela primeira vez o Enforcado se via no domínio.

Controlando o jogo começou a enxergar algumas possibilidades de vitória, quando sentiu um frio na espinha, de que havia algo de errado em tudo aquilo.

Olhou para o tabuleiro e refletiu sobre o jogo por bastante tempo, observou atentamente todos os movimentos possíveis de todas as peças restantes, pensando no que havia de estranho, no que estava deixando de notar.

Então, após quase meia-hora observando aquele jogo, se deu conta de uma coisa óbvia, de que ele não era realmente um bom enxadrista em comparação aos colegas dele que sumiram nesse mesmo desafio das trevas.

Essa percepção da sua própria limitação, o fez pensar sobre porque os outros jogadores não voltaram desse desafio?

Cada um deve ter se colocado nessa mesma situação que ele, jogando repetidas vezes contra esse oponente obscuro.

Estariam eles até hoje jogando, presos nessa maré de derrotas sem fim?

Não!

Pois se fosse assim, ele, um simples jogador amador como ele jamais teria chegado tão perto da vitória.

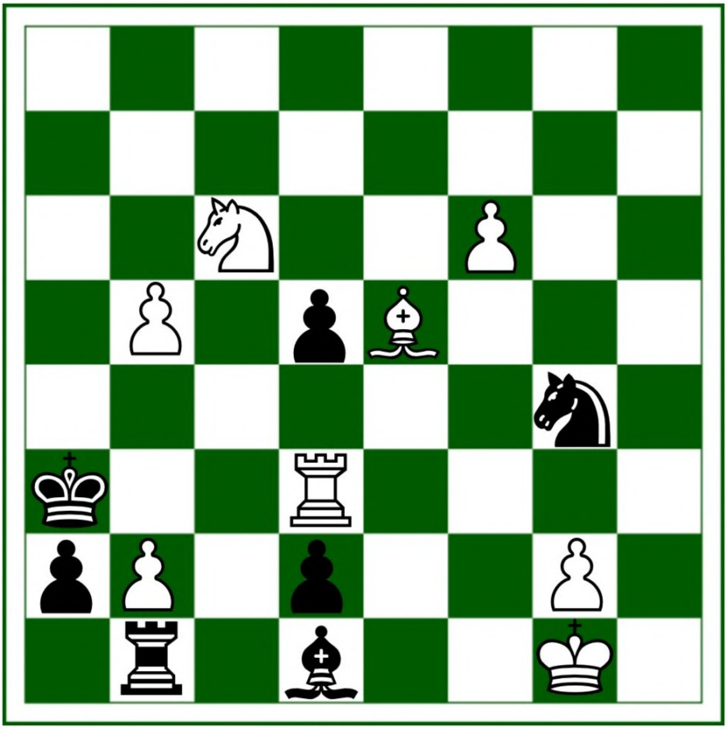
Havia algo de estranho nisso, talvez esses jogadores não tivessem a humildade de perceber que a verdadeira armadilha não esteja em ser derrotado repetidas vezes, e sim, acreditar que a vitória no tabuleiro seria a vitória deles.

O Enforcado então respirou, e começou a olhar a partida por mais tempo, na sua percepção parece ter ficado cerca de duas horas olhando aquelas peças antes de iniciar o que seria sua sequência final de movimentos.

Após essa longa reflexão, começou sua sequência calculada e precisa de lances.

Entre cada lance, refletia friamente por um longo tempo, já que a entidade contra quem jogava apesar de sempre fazer seus lances de modo instantâneo, parecia não se importar com o tempo que seu adversário levava para jogar.

Então, jogada após jogada, cavou sua vitória, chegando até sua penúltima jogada, na qual o Enforcado (de peças pretas) se encontrava em xeque.



O Enforcado feliz com a situação agradeceu à criatura pela partida que jogaram enquanto se levantava sem dar seu último lance.

Dirigindo-se até o elevador, após entrar espera a porta fechar e então fechar e então, de dentro do elevador fala bem alto:

Non curat

Logo em seguida, ouve um pequeno assobio e após alguns instantes a porta do elevador se abre, mas agora em um andar comum do prédio.

Aliviado de ter escapado daquele jogo, suas pernas estavam trêmulas, suava frio e seu coração palpitava, saiu do elevador direto para o chão, juntando as forças se encostou na parede e desceu quase se arrastando por todos os outros andares de escada, saindo imediatamente daquele lugar e sentando-se ao longe para tomar fôlego.

Nunca mais entrou em nenhum elevador e nem jogou xadrez pelos anos que a mais que viveu, sempre que alguém mencionava uma partida de xadrez, sentia um horror sobrenatural de pensar no destino de seus colegas que na sede de vitória, estouraram a bolha sem antes estando ainda do lado de dentro do abismo.

Sobre o post

Esse é um conto de ficção baseado no 7º arco da 3ª temporada de Doctor Who (série clássica), “The Celestial Toymaker” que foi ao ar em 1966.

Nessa história, a nave do Doutor vai parar num universo controlado pela criatura conhecida como Celestial Toymaker (uma espécie de divindade cósmica).

A criatura diz que a única forma do Doutor escapar dali, é resolvendo o desafio das Torres de Hanói no menor número de movimentos.

A medida que o Doutor vai resolvendo, a criatura dá alguns comandos para o jogo avançar algumas jogadas.

Ao final do arco, faltava apenas uma peça para a vitória do Doutor, e o mesmo se deu conta de um problema.

No momento que movesse a última peça, aquele universo do Celestial Toymaker iria se desfazer, e o Doutor ficaria preso no vazio.

A única forma de escapar em segurança, era estando na sua nave antes do universo se desfazer, mas a nave também não conseguiria se deslocar enquanto o jogo não fosse encerrado.

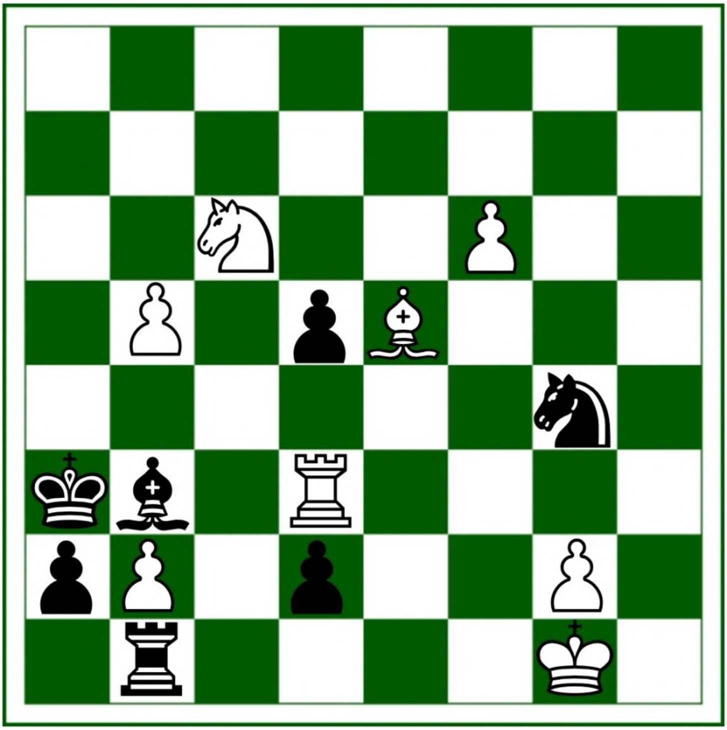
A solução encontrada pelo Doutor foi imitar a voz do Celestial Toymaker e de dentro da sua nave dar para o jogo o comando de mover a última peça restante. Com isso, o universo da criatura foi desfeito enquanto o Doutor permanecia seguro em sua nave, pronto para escapar.

No caso desse conto, o comando “Non curat” fazia com que uma peça qualquer do seu lado do tabuleiro fosse movida.

Essa informação dada pela entidade no seu primeiro movimento, era a chave para os desafiantes escaparem.

No caso, o Enforcado conduziu o jogo de modo que só lhe restasse uma única jogada possível, e essa jogada resultasse no xeque-mate do oponente.

Assim, ao ativar o comando “Non curat” a única peça que poderia se mover seria seu Bispo Preto, bloqueando a ameaça da Torre Branca, e resultando no xeque-mate ao Rei Branco.



Assim, apesar do jogador não ver a jogada final (pois já estava no elevador com as portas fechadas), isso o levou à vitória e consequentemente com a bolha do abismo sendo estourada com o Enforcado fora do abismo.

14. Paradigma do aniversariante no ano Bissexto

blogs.unicamp.br/zero/3508 (20/09/2021)

O paradigma do aniversariante é um resultado bem interessante de probabilidade condicional.

Você encontrará facilmente na internet algum blog explicando que com menos 23 pessoas aleatórias numa sala, a chance de pelo menos duas delas fazerem aniversário no mesmo dia do ano é maior que 50%.

Porém nesse enunciado geralmente colocam que estão considerando um ano não-Bissexto.

É quase que padrão pensarmos em anos de 365 dias, em vez de 366.

Mas em termos desse paradigma, será que isso afeta a quantidade de pessoas necessárias?

Bom, sem fazermos nenhum cálculo podemos dizer que o número de pessoas necessárias pode se manter igual ou aumentar, mas nunca diminuir.

Pois ao aumentarmos a quantidade de dias, deve ficar um pouco mais improvável que duas pessoas façam aniversário exatamente no mesmo dia do ano.

Enfim, refazendo os cálculos chegamos que com 23 pessoas aleatórias numa sala a chance de duas delas fazerem aniversário no mesmo dia do ano, considerando 366 dias, é de 50,6%.

Apenas para comparar o resultado, o mesmo cálculo realizado para um ano de 365 chega em uma probabilidade de 50,7%.

Uma diferença bem pequena que parece realmente não afetar o aspecto de surpresa que o resultado traz, mas que pode ser um fio condutor para outras discussões, como por exemplo: quantos dias precisamos acrescentar no ano para precisarmos de pelo menos 24 pessoas aleatórias?

Você pode obter a resposta de um jeito experimental, recriando esse cálculo numa planilha eletrônica e alterando o número de dias do ano até chegar num valor com a probabilidade de pelo menos duas pessoas fazerem aniversário no mesmo dia do ano, menor que 50%.

Mas se você está com preguiça, pode simplesmente acreditar no que vou dizer: a partir de 373 dias no ano, já seria necessário pelo menos 24 pessoas para garantirmos uma chance maior que 50%.

Com 373 dias no ano e 23 pessoas, a chance de duas fazerem aniversário no mesmo dia é de 49,9% e com 24 pessoas a chance é de 53,0%.

Apenas para completar nossa discussão, qual o mínimo de dias de um ano para termos com no mínimo 23 pessoas uma chance maior de 50% de que duas fazem aniversário no mesmo dia?

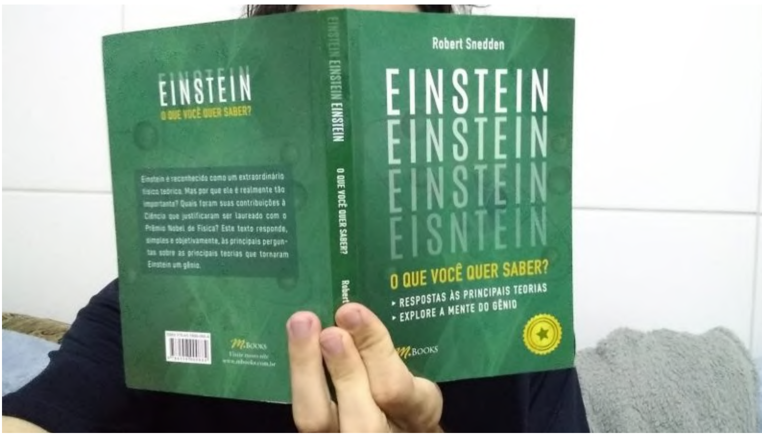
(basicamente a questão contrária, vamos reduzir os dias e ver qual o limite)

Você pode fazer isso na mesma planilha, mas se estiver com preguiça pode simplesmente acreditar no que vou dizer: com menos de 341 dias no ano, precisaremos de menos de 23 pessoas para garantirmos uma chance maior que 50%.

Com 341 dias no ano e 23 pessoas, a chance de duas fazerem aniversário no mesmo dia é de 53,1% e com 22 pessoas a chance é de 49,9%.

15. No Zero a gente leu “Einstein: o que você quer saber?” de Robert Snedden

blogs.unicamp.br/zero/3522 (12/10/2021)



Lembro dos muros de uma escola em que trabalhei um grafite de Einstein e a fórmula E = mc².

Parece que as pessoas simplesmente adoram essa figura e essas letras associadas, sem mesmo entender o que isso significa ou quem foi esse homem.

Então… admito que sabia muito pouco sobre ele, o que estudei na graduação envolvia Física Mecânica, Termodinâmica e Eletromagnetismo.

Só fui rever um pouco de Física depois do Mestrado quando montei um projeto de Doutorado envolvendo o Ensino de Mecânica Quântica (já mencionei isso em alguns posts).

Enfim, para montar esse projeto o professor Aguinaldo (da Unesp de Bauru) me passou suas notas de aula dessa disciplina e comecei a estudar bastante esse assunto (mas porque estou falando de Mecânica Quântica?).

Pois bem, no final do século XIX as teorias Físicas passavam por uma série de problemas. Vários pontos em que os modelos davam errado começaram a aparecer.

A princípio são tratados como exceções, ou criam-se regras específicas para aquele comportamento.

Mas à medida que o número de exceções observadas aumenta, parece que a teoria atual já não serve mais, e faz-se assim necessário adotar novos modos de enxergar as coisas.

Nesse sentido, as leis de Newton para o movimento pareciam apresentar graves problemas quando aplicadas a distâncias micros e macros.

No caso das distâncias micros, tínhamos o movimento de moléculas, átomos, elétrons… enquanto que nas distâncias macros tínhamos os corpos celestes.

No sentido de explicar o movimento em distâncias micros, temos a Mecânica Quântica.

Já para explicar o movimento em distâncias macros, temos a Teoria da Relatividade.

Einstein está ligado à Teoria da Relatividade ao propor um movimento no qual a velocidade da Luz é uma constante inalterada independente do observador.

Indo na direção contrária à ideia de que possamos acelerar um objeto de maneira constante até que ele ultrapasse a velocidade da luz (visão Newtoniana).

Pois, como a velocidade da Luz na Teoria da Relatividade é constante, temos que um objeto acelerado chegará a um ponto em que em vez de ganhar velocidade, começará a ganhar massa!

Pois a energia (E) de sua aceleração não pode ser interrompida (dado que estamos acelerando o objeto), então, como a velocidade da Luz (c) é sempre a mesma, temos que a energia se converte em Massa (m).

Ou seja, objetos próximos da velocidade da Luz vão se tornando cada vez mais pesados, e consequentemente mais difíceis de acelerar. Precisaríamos de cada vez mais energia, e essa energia ia se convertendo em Massa… daí, aquela fórmula “$E = mc^2$”, ou, Energia é igual à massa vezes velocidade da luz ao quadrado.

Uma consequência dessa fórmula (e talvez por isso tão famosa) é que a massa de um átomo pode ser convertida em energia!

Daí o princípio para a bomba atômica… mas esse assunto já é complicado demais para eu tentar explicar.

Enfim, não fiquei comentando sobre Mecânica Quântica no começo desse post à toa.

Apesar de Einstein ter trabalhado diretamente pouco nesse campo da Física, ele foi um severo crítico dessa área. Einstein vivia em discussão contra essa área justamente por não acreditar que a aleatoriedade pudesse existir no universo, e que fosse apenas uma falta de precisão dos nossos instrumentos na hora de inferir que algo ocorreu de forma aleatória.

Com isso, Einstein colaborou bastante ao se opor com experimentos mentais que tentam desestruturar a Mecânica Quântica e a medida que cada experimento mental era refutado, essa área ia se fortalecendo.

Acho esse na verdade o ponto mais interessante que esse livro todo trouxe à tona.

Pois a crítica e oposição racional a um tema, tem muitas vezes mais a fortalecê-lo do que o apoio e incentivo ingênuo.

Por exemplo, meu trabalho com demonstrações de teoremas, eu adoro isso, acho que é uma coisa inovadora e que pode auxiliar muito a aprendizagem… mas sei que preciso de críticos muito duros para me forçarem a enxergar aspectos que até então por meu otimismo e paixão pelo tema, venho ignorando (e sequer percebo).

Nesse sentido, por mais que a gente goste de uma teoria, ter quem a critique não é ruim (desde que as críticas sejam sérias).

E se porventura sua teoria não resistir a alguma crítica ou contraposição a ela, isso também é bom, pois indica que sua teoria talvez não fosse forte o bastante ou até mesmo, não fosse verdade.

Assim, em meio ao que estudei de Mecânica Quântica vi bastante desse universo micro, das suas fórmulas e a medida que lia esse livro ("Einstein: o que você quer saber?" de Robert Snedden) enxergava um pouco dos pontos que a princípio a gente pensa em criticar (se sentindo inovadores por termos essa ideia) nos experimentos mentais propostos.

Realmente, nem Mecânica Quântica e nem Relatividade são assuntos fáceis de se entender à primeira vista, talvez eu tenha entendido esse livro um pouquinho mais fácil pois já tinha em mãos várias das peças desse quebra-cabeças que envolve a ruptura da Física no final do século XIX.

Mas acredito que é uma leitura com um nível de dificuldade "aceitável" para a maioria das pessoas (provavelmente se perderão em vários momentos, mas nem por isso o prazer que o livro proporciona diminuirá).

Acredito que o livro tenha feito um bom apanhado não só da teoria e do trabalho de Einstein, como também do cenário social, histórico e político que girou em torno desse homem.

Que apesar de ter cometido alguns erros científicos, o maior dos erros que ele se arrepende, foi ter sugerido ao presidente dos Estados Unidos, a criar uma bomba atômica.

16. Pitágoras em Shaman King

blogs.unicamp.br/zero/3529 (26/10/2021)

Estava eu feliz assistindo Shaman King (2021) quando logo no primeiro episódio, vi algo que não consegui ignorar…

Talvez a maioria das pessoas não se importasse com o que o professor estava passando na lousa na sala de aula em que os personagens do anime estudam.

Mas aquilo me fez parar e olhar com mais atenção.

Enfim, do lado esquerdo da lousa, o professor utilizou o teorema de Pitágoras para calcular o valor da hipotenusa de um triângulo retângulo, com os catetos 4 e 3.

O cálculo está correto.

Então no centro da lousa há um novo triângulo retângulo.

Certamente não se refere aos cálculos da esquerda, já que seu cateto "a" aparenta ter mais do que 4/3 do cateto "b".

Já no lado direito da lousa o professor começa um novo cálculo: $8^2 + 5^2 = c^2$.

Novamente parece que não há nada de errado, pois mesmo se fizermos uma aproximação do tamanho do triângulo na lousa, temos que o cateto "a" parece ser 60% maior que o cateto "b".

O triângulo em questão está representado corretamente, então do que estou reclamando?

Bom, para começar, no cálculo da esquerda a solução veio de forma conveniente, já que 25 é um quadrado perfeito, ou seja, sua raiz-quadrada é um número Natural.

Pois da 5ª para a 6ª linha, fez-se o salto de: $25 = c^2$ para $c = 5$.

Nessa ocasião, omitiu-se o passo de colocar a raiz-quadrada sobre o 25 e também foi feita uma transição entre o lado esquerdo da igualdade para o lado direito.

Veja que o “c” aparece nas 3 linhas acima do lado direito, e subitamente passa para o lado esquerdo.

Matematicamente falando não há mal nessa operação, mas se pensarmos no ponto de vista didático, é um procedimento desnecessário e que pode vir a confundir quem está acompanhando com dificuldade os procedimentos.

Já no lado direito da lousa, temos a omissão de 2 linhas acima do cálculo.

Onde se expressaria o teorema a partir de componentes genéricos “$a^2 + b^2 = c^2$” e definiria quem é “a” e quem é “b”.

Veja que isso foi feito do lado esquerdo da lousa, mas agora omitido no lado direito.

Mas você pode estar pensando, que tudo bem omitir alguns passos, mas observe que agora os cálculos não sairão tão bonitinhos quanto do lado esquerdo.

Pois ao fazermos $8^2 + 5^2 = c^2$, teremos $64 + 25 = c^2$. Isto nos leva a $89 = c^2$.

Mas agora, 89 não é um quadrado perfeito, ou seja, não há um número Natural para o qual possamos simplesmente “tirar o quadrado” do c.

Isso significa, que do lado direito da lousa, teremos a inserção da raiz-quadrada no 89.

O que não constava como um passo do lado esquerdo.

Assim, é possível que um estudante com base nos procedimentos do lado esquerdo, não identifique o lado direito como análogo (visto que omitiu-se as duas linhas acima da equação).

Do mesmo modo que pode travar quando chegar no $89 = c^2$, visto que não há um Natural x tal que $x^2 = 89$.

Sim, são detalhes no geral sem importância quando já temos maestria nestes cálculos.

Contudo, ao pensarmos no período em que estes conceitos são aprendidos, algumas omissões, ou mesmo ajustes de um lado para o outro da igualdade, podem aparecer como distratores ou lacunas nas noções e ideias que cercam estes conceitos.

Fiquei feliz ao menos em ver que a representação do triângulo na lousa estava coerente às medidas dos catetos, pois isto é outra coisa que vejo muitas vezes até mesmo em materiais didáticos e jogos educativos.

As formas geométricas são passadas com medidas que não correspondem (nem aparentam corresponder) àquelas dadas.

Então novamente, quando temos maestria no assunto, isso acaba sendo ignorado, mas se pensarmos em um iniciante no assunto, ao encontrar um triângulo com um ângulo raso, mas que o material diz que é um ângulo obtuso, que bagunça desnecessária isso fará na sua cabeça?

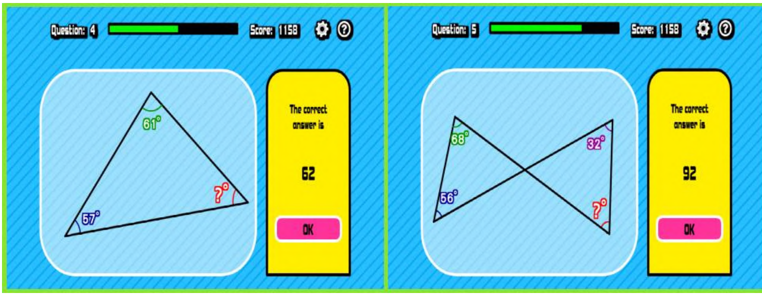
Discuto isso na minha dissertação de Mestrado, dando este jogo educativo de matemática como um exemplo de bagunça visual.

Pois se colocarmos um transferidor no triângulo da esquerda, teremos que os ângulos dados 57º, 61º e 62º, seriam na verdade 49º, 73º e 58º.

Já no triângulo da direita, os ângulos dados 68º, 56º, 32º e 92o seriam na verdade 65º, 47º, 61º e 50º.

Interessante neste caso, é notar quão discrepantes são as diferenças, pois a solução algébrica é 92º, ou seja, superior a um ângulo reto.

Contudo, visualmente podemos identificar na representação geométrica, que a solução deveria ser um ângulo agudo.



17. Pensamento Computacional e gênero

blogs.unicamp.br/zero/3542 (04/11/2021)

Algumas semanas atrás fui desafiado pelo professor Mauricio Rosa, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a enxergar a Matemática como um canal para a não-exclusão (sim, foi uma palestra um tanto atípica mas enriquecedora).

Um aspecto que aprendi e vale muito a pena compartilhar, é que a não-exclusão não seja sinônimo de inclusão.

Visto que a inclusão só é necessária em ambientes que excluem, enquanto a ideia da não-exclusão é que o ambiente não exclua, não sendo necessário assim um movimento de inclusão.

Podemos pensar no ambiente das partidas de Xadrez online como um local de não-exclusão.

Não sabemos quase nada contra quem estamos jogando, no máximo o nickname, a nacionalidade informada e o índice de vitórias do participante.

Neste ambiente talvez o principal fator de exclusão seja a habilidade de jogar xadrez, mas até isto parece ocorrer de maneira sutil, já que as partidas geralmente são alocadas contra oponentes com índices de vitórias próximos.

Ainda assim, há fatores de inclusão quanto à habilidade de jogar xadrez, já que é possível conferir algumas vantagens aos jogadores com menor índice de vitórias a fim de equilibrar o desafio da partida entre ambos.

Enfim, respondendo ao desafio do professor Mauricio Rosa, decidi escrever este post sobre Pensamento Computacional e gênero.

Quando estudamos o Pensamento Computacional na visão de Jeannette Wing, entendemos que se refere à forma como Cientistas da Computação procuram resolver seus problemas tendo recursos computacionais à sua disposição.

Envolve entender que há ações das quais o ser humano realiza melhor que o computador, mas também, ações das quais o computador realiza melhor que o ser humano.

Basta pensarmos na dificuldade de um computador manter um diálogo coerente em um simples chat bot, se comparado a dificuldade de um ser humano operacionalizar uma planilha com milhares de células.

Deste modo, a combinação das capacidades do ser humano com o uso adequado de recursos computacionais, corresponderia a melhor maneira de resolver uma ampla gama de problemas.

Há de termos em mente que administrar quanto da tarefa será designada aos seres humanos e quanto será designada aos computadores, é o Pensar Computacionalmente. Assim, vamos a um aplicativo que há poucos meses era viral na internet, o FaceApp.

Ele é um aplicativo legal para pensarmos em cortes de cabelo, se tingimos o cabelo, se deixamos a barba crescer, permite facilmente e com razoável qualidade, alterarmos fotos para pré-visualizarmos algumas mudanças.

Mas é claro, o aplicativo não é perfeito e nem deveria ser.

Digo que em algumas fotos pode-se sequer detectar a presença de uma pessoa, ou em outras, junto com seu cabelo, arrancar parte da sua cabeça.

Enfim, alguns contratempos que não valeriam em termos de complexidade de software, corrigi-los, dado que na maioria das vezes gera um resultado satisfatório.

Contudo, dentro desta ideia de resultado satisfatório, há uma característica do aplicativo.

Assim que uma foto é carregada, o software procura decidir com base em características da imagem, se a paleta de funcionalidades inicialmente estará com o perfil masculino ou feminino.

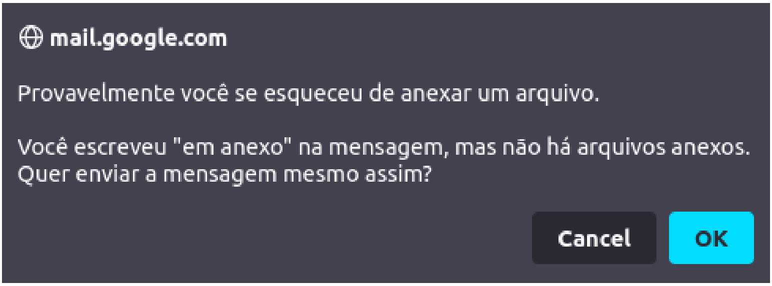
Uma função que talvez a maioria dos usuários utilize sem sequer pensar em que se baseou esta decisão.

Afinal, não nos foi dada uma opção para marcar com nossas habilidades de ser humano, qual perfil de ferramentas achamos apropriado para editar esta imagem.

Provavelmente durante a fase de desenvolvimento, imaginaram que esta falta de opção seria menos prejudicial do que o excesso de opções.

Ou seja, que mais usuários prefeririam que o software tomasse esta decisão automaticamente todas as vezes, do que terem um botão a mais para apertar antes de começarem a editar a foto.

É até natural pensarmos assim, o próprio Gmail nos avisa sem pedirmos, caso tenha no corpo do e-mail a expressão “segue em anexo”, e não ter nenhum anexo inserido.



Enfim, talvez a maioria das pessoas que escreve um e-mail dizendo “em anexo” mas que não anexaram arquivo nenhum, realmente queiram anexar um arquivo, mas tenham se esquecido.

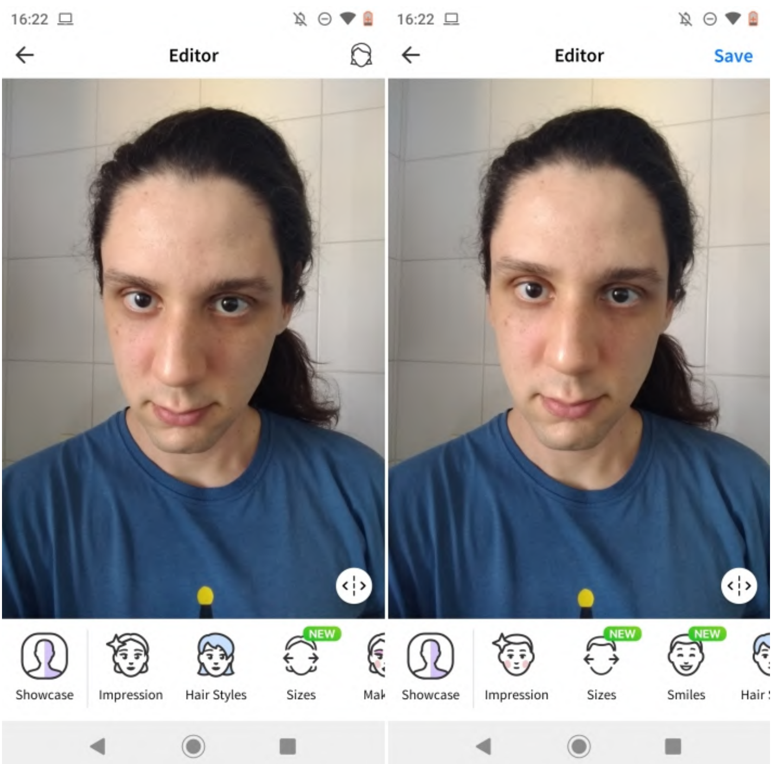
Logo, a pequena parcela da população que envia e-mails dizendo “em anexo” sem que realmente querem anexar nada, precisarão ter o envio do e-mail consultado por esta caixa de diálogo.

O computador neste caso está fazendo o que parecia ser a melhor decisão para a maioria dos usuários.

Daí chegamos na questão de gênero, voltando para o software FaceApp, ele inicialmente apresenta a interface de ferramentas com perfil masculino ou feminino automaticamente.

Com base em aspectos bem sutis da foto.

Mas tão sutis que desafio a quem está lendo, ver as duas fotos minhas logo abaixo e responder, em que o software decidiu exibir para a foto da esquerda o perfil feminino e para a da direita o perfil masculino?



No caso, precisamos entender como o software sabe avaliar as pessoas.

O mais provável neste caso, é que ele utilize uma técnica de inteligência artificial de Aprendizagem de Máquina.

Assim, o software desenvolvido inicialmente pegaria um grande número de características da imagem e tenta identificar o que seria o nariz, olhos, boca… a partir dessas referências ao que seria um rosto, toma as outras medidas observáveis, mas ainda não faz nenhuma avaliação.

Para avaliar se atribui o status da foto como feminina ou masculina, o software precisa entender o significado destas duas palavras.

Mas estas já são palavras complexas até para os seres humanos conseguirem explicar com clareza e objetividade, quem diria explicá-las para um software.

A ideia neste caso mais provável, é que o software tenha sido calibrado a partir de uma grande base de dados com fotos de pessoas já rotuladas como femininas ou masculinas.

Neste processo, o software tenta aprender como relacionar estas medidas observadas do rosto com os rótulos das fotos.

De modo, que ao final deste treinamento, o software sabe de maneira satisfatória usar as medidas observadas dos rostos das pessoas para acertar se atribui a ela o rótulo feminino ou masculino.

Mas tenhamos em mente que o software não sabe o que são estes dois rótulos, ele apenas entende que após um certo valor deve atribuir um rótulo específico.

Esse processo de verificar as medidas e dar os rótulos, o computador faz de maneira exímia e impecável!

O problema entretanto está nas fotos que não faziam parte do banco de dados inicial.

O software neste caso, está se baseando naquilo que aprendeu durante seu treinamento, e procura da melhor maneira acertar os rótulos como foi programado para fazer.

Mas o que separa uma medida da outra?

Como avaliar as medidas próximas da divisória entre os rótulos?

Se separarmos pessoas por altas e baixas, seria correto dizer que alguém de 1,50 m é baixa enquanto que outra pessoa de 2,00 m é alta.

Mas e os valores intermediários?

1,69 m é baixa? 1,70 é alta?

Qual é a linha tênue que separa estes dois rótulos?

Não faz sentido dizer que 1 cm separa uma pessoa alta de uma pessoa baixa.

O ideal seria criarmos categorias intermediárias.

Assim, com o aumento das categorias de altura passa a ter mais sentido dizer que alguns centímetros separam uma categoria da outra, ainda que tenhamos o mesmo problema caso reduzamos a diferença para 1 mm.

Com isso, podemos ver que mesmo para a altura, que nos parece uma medida clara do ser humano, já é subjetivo criarmos rótulos.

No caso do software, ele separa as pessoas em feminino e masculino a partir de medidas, e precisa tomar esta decisão mesmo quando as diferenças entre categorias é mínima, como ocorre nas minhas duas fotos mostradas anteriormente.

Enfim, a razão do software ter duas categorias provém de um conjunto de ferramentas para editar a imagem ter sido calibrada inicialmente para apenas duas categorias.

Bom, agora que entendemos um pouco do funcionamento do aplicativo FaceApp quando carregamos uma nova foto, podemos perceber que a “escolha automática” entre feminino e masculino é um elemento de exclusão das minorias.

Pois assim como no Gmail, não esperam que os usuários enviem e-mails dizendo “em anexo” mas intencionalmente sem anexo, neste aplicativo esperam que os usuários na maioria das vezes se sintam representados por esta escolha automática.

Uma questão que poderia ser minimizada com uma opção inicial para o usuário escolher entre a opção feminino ou masculino logo após subir uma foto.

Mas isto ainda não resolveria o problema de exclusão das minorias, dado que restringe a pessoa a escolher uma das duas opções, ignorando outras.

Neste sentido podemos pensar que a restrição de opções tenha como razão o melhor ajuste das fotos, dentro das modificações que o software realiza baseado naquele imenso banco de dados utilizado para aprender como mexer com rostos humanos.

Para concluir, veja que a exclusão proporcionada pelo software pode ser minimizada com a simples pergunta sobre qual opção o usuário deseja para aquela foto.

Uma situação que se assemelha muito ao nosso dia a dia como seres humanos, que ao conhecermos uma nova pessoa usualmente economizamos a pergunta “prefere que eu me refira a você com qual pronome?”.

Apesar de simples, isto evita que façamos todo um processo de avaliação baseado em aspectos visuais para determinar qual rótulo daremos para a pessoa, ao mesmo tempo que também deixa de excluir a quem nos referimos visto que não somos tão restritos como as ferramentas de um software.

Espero que tenha gostado deste post e que a reflexão possa de algum modo favorecer o uso da Matemática como um canal para a não-exclusão.

18. Qual o tamanho e peso de God (personagem de One Punch Man)?

blogs.unicamp.br/zero/3561 (27/11/2021)

O final do capítulo 153 de One Punch Man foi marcado pela aparição de um personagem ligado a vários mistérios no enredo, aquele conhecido como God.

Este personagem está ligado a aquisição de um poder imensurável sem limitações e ao mesmo tempo relacionado à Lua e sua cratera gerada quando Saitama voltou após ser chutado pra lá pelo Lorde Boros (naquele azarado chute descrito neste post: O Azar do Lorde Boros).

Em outros momentos este personagem aparecia sempre em contextos mais abstratos, difíceis de serem comparados, como se fossem reinos de sonhos ou visões espirituais.

Contudo, God no final deste capítulo aparece junto a um elemento que permite uma comparação mais concreta, a Lua.

Nessa cena peculiar, God aparece de pé no limite da parte iluminada da Lua.

Assim, de um observador na Terra, podemos dizer que ele estivesse de pé acima da circunferência visível da Lua.

Se olharmos bem para a cena, God está com os pés meio afastados.

Então, se traçarmos duas linhas retas que vão dos pés até o topo da cabeça, podemos dizer que elas representam aproximadamente sua altura caso seus pés estivessem juntos.

Por fim, se completarmos o contorno do que seria a Lua, podemos determinar suas dimensões relativas.

Com isso, temos que do ponto de vista do observador a Lua aparece com um diâmetro de 13,5 cm enquanto que God teria uma altura entre 11,33 cm e 11,38 cm (tomando a média aritmética, algo próximo de 11,35 cm).

Ou seja, a altura de God é aproximadamente 84% do diâmetro da Lua.

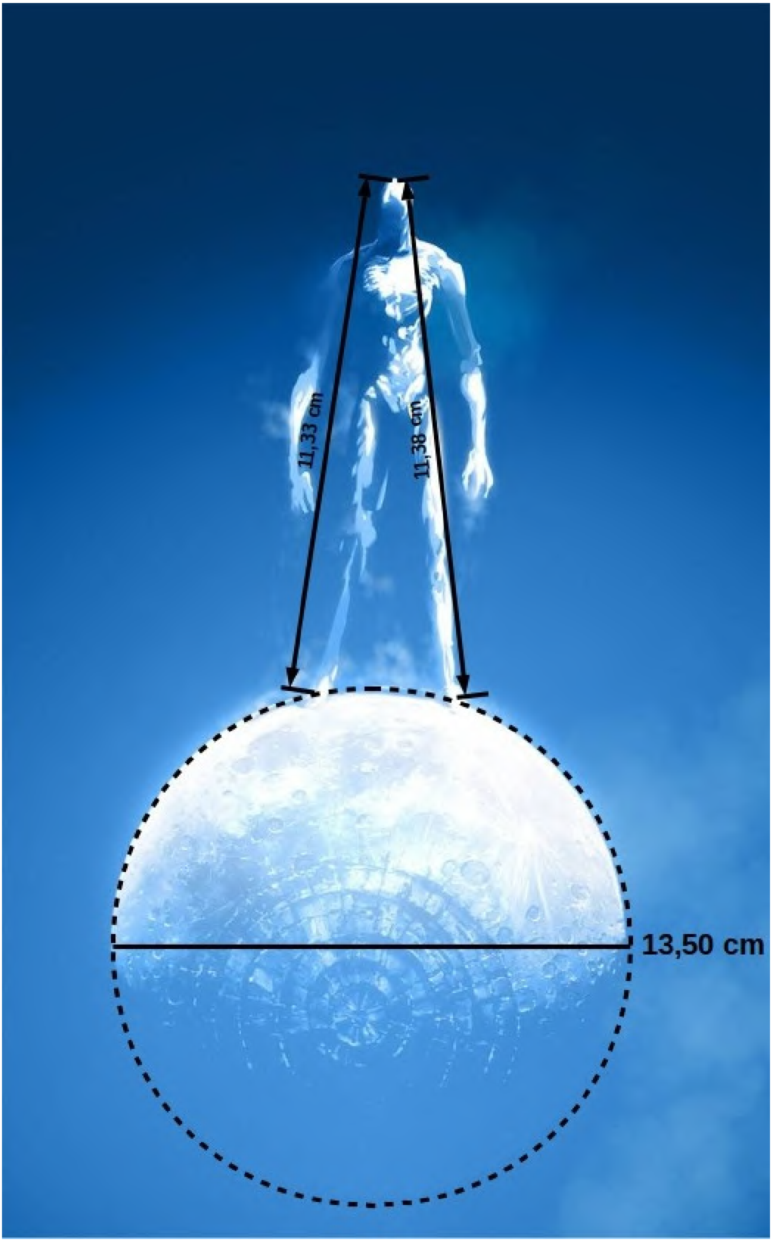

11,33 cm
11,38 cm
13,50 cm

Imagem adaptada de https://onepunch-manga.com/manga/one-punch-man-chapters-readmanga-154/

Se a Lua no universo de One Punch Man tiver a mesma dimensão da Lua em nosso universo, ou seja, considerando-a uma esfera perfeita com 3.474,8 km de diâmetro, temos que a altura de God é aproximadamente 2.921,4 km.

Para termos ideia dessas dimensões, se God viesse para Terra e deitasse com os pés em Florianópolis (SC), poderia reclinar sua cabeça em Fortaleza (CE), dado que a distância entre as duas cidades em linha reta é de aproximadamente 2859 (fonte https://www.rotamapas.com.br/distancia-entre-florianopolis-e-fortaleza).

Se considerarmos que God tem dimensões antropomórficas com distribuição de massa seja equivalente a um ser humano, e que tenha um índice de massa corpórea ideal (entre 18,6 e 24,9), usando a fórmula de Índice de Massa Corpórea Peso/Altura², podemos dizer que God teria entre 158 e 212 bilhões de toneladas.

Enfim… parece realmente um adversário de peso para o enredo, e à altura de um final para de One Punch Man.

19. Splines lineares e Pokemons

blogs.unicamp.br/zero/3574 (12/12/2021)

Splines são funções matemáticas utilizadas para interpolações (ligar pontos) no plano.

Se quisermos ligar os pontos por curvas suaves, podemos utilizar splines cúbicas, que são funções polinomiais de grau 3.

Isso calcula uma sequência de funções que ligam os pontos definidos através de polinômios de grau 3 de modo que a interseção nos pontos não formem bicos.

Mas se quisermos ligar os pontos por segmentos de retas, o processo é bem mais simples, podemos utilizar splines lineares, que nada mais são do que funções lineares definidas começando de um ponto e terminando no outro.

Contudo minha história com splines lineares e Pokemons começou um pouco antes de eu conhecer o conceito de splines.

Era começo de 2012 quando trabalhava pelo segundo semestre no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) de Matemática, estava pesquisando sobre jogos de ligar os pontos e pensando como poderia inserir matemática nestas estruturas.

A ideia inicial era mexer com a sequência numérica que deveríamos seguir para ligar os pontos, mas mesmo que fosse uma progressão aritmética pouco usual, descobrir o próximo ponto era sempre muito simples.

Então percebi uma coisa mais “divertida” do que ligar pontos no plano… encontrar pontos no plano!

A ideia continuava sendo simples, porém um tanto trabalhosa de ser realizada, afinal, teríamos à disposição uma lista de coordenadas (x, y) referentes à posição horizontal e vertical no plano para localizarmos.

Nesse ponto, surgia a necessidade de um “propósito” ao final de todo o esforço.

Daí o incentivo à “desenhar um Pokemon” a partir da união dos pontos encontrados no plano.

Achar os pontos no plano que melhor se aproximavam dos desenhos dos Pokemons originais foi um processo bastante rudimentar, basicamente eu imprimi uma malha quadriculada por cima da imagem dos Pokemons e com uma caneta ia marcando pontos na malha de modo que preservasse ao máximo os contornos da forma original.

Após isso, identificava quais as posições destes pontos e montava a listinha de coordenadas.

Essa foi uma das atividades mais replicadas no período em que trabalhei no PIBID (2011 – 2015), não só por mim, mas por muitos colegas, já que facilmente podíamos distribuir folhas e lápis a qualquer quantidade de alunos, para que eles resolvessem em seus próprios tempos e a fim de desenharem os Pokemons que escolhessem dentre as opções iniciais.

No fim os desenhos ficavam com os alunos, o que era uma motivação a mais para a realização da atividade.

A história já parece legal por si só, mas tem uma continuação… pois em 2015 fazia a última disciplina de graduação que faltava para me formar (fazia Cálculo Numérico II pela 3ª vez).

Em meio a muita luta estava tentando passar, mas faltava bem pouco, fui na sala do professor conversar, na tentativa de convencê-lo que alguma das cinco provas tinham um exercício que se fosse considerado meio certo, daria o 0,2 na média que faltava para passar.

Foi uma conversa longa, bastante discutida, até que ele veio perguntar sobre o trabalho da disciplina.

O trabalho da disciplina envolveu programar em Octave, splines lineares e cúbicas (e também escrever relatórios sobre isso).

Enquanto estava programando (ou melhor, quebrando a cabeça para programar) cheguei no fim do trabalho, tudo pronto e perfeito para entregar… então percebi que daria tempo para fazer uma coisa um pouco “especial”.

Peguei as coordenadas que já tinha prontas da atividade de desenhar Pokemons e implementei no relatório, fazendo as splines lineares e cúbicas em cima destas coordenadas.

O trabalho ganhou nota máxima que era 1,5 na média, o que já era bastante difícil de se obter.

Mas em meio a discussão com o professor, ele elogiou bastante o trabalho, principalmente pelo fato de ter realizado as splines com as coordenadas de Pokemons, de modo que concordou em considerar um exercício de uma das provas como meio-certo, o que dava o ponto que faltava para me formar.

Essa ainda hoje é uma das minhas atividades favoritas, pois permite discutirmos muitos conceitos interessantes, desde splines, à ideia de transformações no plano, como por exemplo, se invertermos a coordenada horizontal com a vertical, o que ocorre com o desenho?

Super recomendo a qualquer um que tenha vontade, que tente desenhar seus Pokemons localizando os pontos no plano, é uma experiência relaxante e satisfatória, você vai vendo o desenho se formando e sabe que fez isso por suas próprias habilidades (matemáticas no caso).

As coordenadas e mais algumas instruções para auxiliar neste processo se encontram no seguinte link:

https://sites.google.com/view/materi-aulas/spline-draw

20. Maldita matemática, mal posso ver seus movimentos!

blogs.unicamp.br/m3/612 (13/12/2021)

Eis que você desiste da matemática, é algo complicado e que parece não ter sentido para a vida… podemos viver bem sem ela.

Em vez disso, você decide se dedicar à fotografia.

É divertido, você “congela” momentos no tempo e espaço, parece mágico e inspirador.

Em meio a essa nova vida você começa a estudar um pouco mais sobre fotografias, chega nas origens da fotografia com o conceito de Pinhole, que é uma espécie de caixa com um furinho no qual você consegue queimar uma folha de prata.

Super divertido, bem experimental, você constrói a caixa seguindo passo a passo sem dificuldades.

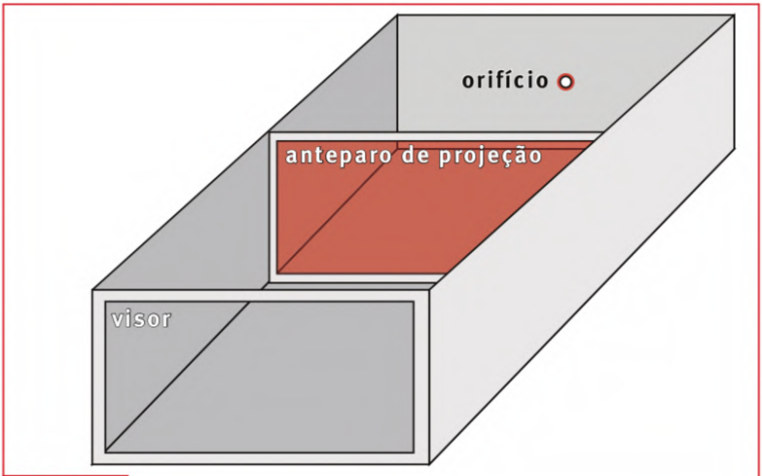


FIG. 2


FIG. 7

Mas então algo parece errado… pois a imagem que você vê olhando por dentro da caixa, está de ponta-cabeça.

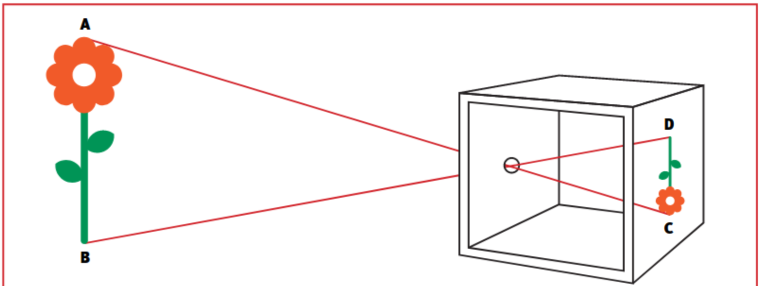


FIG. 1

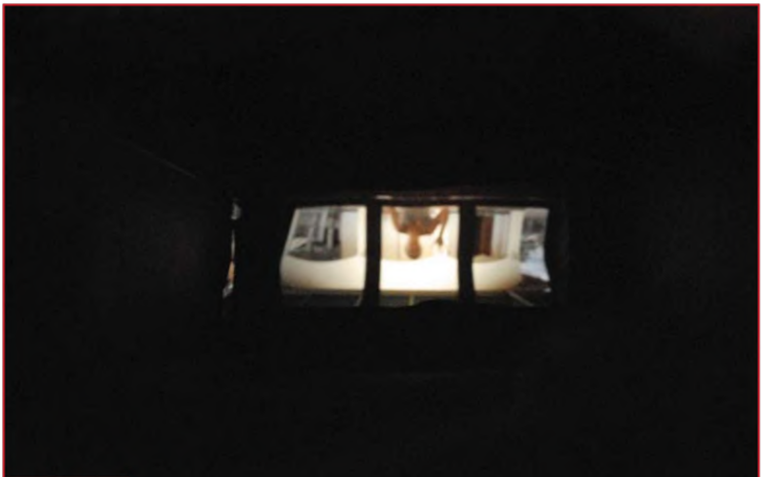


FIG. 9

Algo estranho, afinal, se estamos “apenas olhando” pela caixa, o que faz com que a imagem apareça de ponta-cabeça?

Procurando por explicações, encontramos um guia bem ilustrado e que discute o papel da distância e o foco na hora da imagem ser invertida.

O EXPERIMENTO

Experimento

Câmara escura

Objetivos da unidade

1. Motivar o estudo de relações de proporcionalidade direta e inversa a partir da observação de um fenômeno físico.

Mas… voltamos para a Matemática?

Então, o conceito base da Pinhole é a Câmara escura, que pode ser tratada como um experimento matemático.

Considerando relações entre a distância do objeto e seu tamanho com a proporcionalidade direta e inversa.

Enfim, a Matemática está aí, de forma silenciosa e sorrateira (como um ninja).

Esse material e outros recursos que podem auxiliar a compreensão e o uso do experimento em sala de aula estão disponíveis no repositório Matemática Multimídia pelo seguinte link:

https://m3.ime.unicamp.br/recursos/999

Não sei se a piada do título do post ficou clara… mas a ideia é que "você não consegue ver os movimentos da Matemática", tanto na presença dela com a Pinhole como na ação de inverter a imagem sem que entendamos exatamente quando/como/porque isso ocorreu.

21. Mega da Virada 2021 e o suposto "maior prêmio da história"

blogs.unicamp.br/zero/3588 (22/12/2021)

Estes dias saiu no jornal uma notícia referente à Mega-Sena e do prêmio conhecido como Mega da Virada.

No jornal era dito que será pago 350 milhões de reais, e que este é o maior prêmio da história do sorteio (link para a notícia original: https://g1.globo.com/loterias/noticia/2021/12/16/mega-da-virada-2021-pode-pagar-r-350-milhoes-seu-maior-premio-da-historia.ghtml), mas não é bem assim…

Na própria reportagem já nos são dadas ferramentas para percebermos que este realmente não é o prêmio de maior valor pago pela Mega-Sena.

Na reportagem há uma lista com os 20 maiores prêmios da história da Mega-Sena.

Se pensarmos assim, podemos dizer legal, 350 milhões de reais é mais do que qualquer outro dos valores sorteados antes… só que não!

De forma simples, pense no preço do Arroz, ou da Gasolina.

Certamente no começo de 2018 era bem menos do que é hoje.

Outros produtos também parecem sempre aumentar, e aumentar, como se cada vez nosso dinheiro ficasse valendo menos. Isso é um efeito da inflação.

Em termos de quantidade de reais, sim, o prêmio desta Mega da Virada é aquele que dará mais “notinhas de papel” aos brasileiros.

Mas em termos de valor do prêmio, ou seja, o quanto essas notinhas valem, certamente não é de longe o maior.

A resposta para isso aparece em um software disponível no site do Banco Central Brasileiro, que permite calcularmos a correção monetária entre valores de qualquer mês entre 1994 e setembro de 2021 (https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO/publico/exibirFormCorrecaoValores.do?method=exibirFormCorrecaoValores&aba=1).

Assim, podemos saber por exemplo, quanto cada um destes 20 maiores prêmios valem em reais hoje (no caso, referente a Setembro de 2021).

Abaixo apresento o mesmo ranking do jornal, mas com as duas últimas colunas da direita apresentando a correção monetária e o Ranking corrigido.

Data	Prêmio total	Correção para SET/2021
31/12/2020*	R$ 325.250.216,44	R$ 351.764.809,23

31/12/2017*	R$ 306.718.743,68	R$ 510.033.090,58
31/12/2019*	R$ 304.213.838,64	R$ 443.627.405,12
31/12/2018*	R$ 302.536.382,72	R$ 458.696.073,08
11/05/2019	R$ 289.420.865,00	R$ 430.279.337,32
31/12/2014*	R$ 263.295.552,64	R$ 514.618.740,55
31/12/2015*	R$ 246.533.514,30	R$ 435.337.212,38
31/12/2012*	R$ 244.784.099,16	R$ 523.727.207,40
31/12/2013*	R$ 224.677.860,08	R$ 455.223.227,41
31/12/2016*	R$ 220.948.549,32	R$ 364.236.312,84
27/02/2020	R$ 211.652.717,74	R$ 300.888.487,84
25/11/2015	R$ 205.329.753,89	R$ 368.104.731,49
22/12/2015	R$ 197.377.949,52	R$ 348.536.654,64
31/12/2010*	R$ 194.395.200,04	R$ 471.337.697,44
31/12/2011*	R$ 177.617.487,60	R$ 406.478.508,46
31/12/2009*	R$ 144.901.494,92	R$ 387.422.518,38
22/11/2014	R$ 135.315.118,96	R$ 267.063.845,58
19/06/2019	R$ 124.209.628,25	R$ 183.842.360,25
18/09/2019	R$ 120.085.143,97	R$ 176.818.865,88
06/10/2010	R$ 119.142.144,27	R$ 296.013.863,95

Veja só, o suposto “maior prêmio da história” que pagará em dezembro/2021 o valor de 350 milhões de reais, está abaixo do décimo quarto maior prêmio da história pago em dezembro do ano passado.

Observando a tabela, vemos que na verdade, o maior prêmio da história já pago neste concurso segundo esta listagem da reportagem, seria o de ranking 8, mas que na Mega da Virada de 2012 paga em valores corrigidos para hoje, nada menos do que R$ 523.727.207,40.

Então, em vez de se empolgar com a notícia de que pode concorrer ao maior prêmio da história da Mega-Sena, pense que há quase uma década atrás você pode ter concorrido ao maior prêmio da história.

Mas hoje, você estará concorrendo somente ao décimo quinto prêmio de maior valor da história da Mega-Sena e ao mesmo tempo, o prêmio que te dará mais “notinhas de papel”.

22. Problema 3x + 1

blogs.unicamp.br/m3/625 (30/12/2021)

Pegue um número Natural qualquer:

1. se ele for ímpar, multiplique por 3 e depois some 1.
2. se ele for par, divida por 2.

Repita o procedimento acima com o número gerado, e em algum momento você chegará ao número 1.

É incrível que desde que o matemático alemão Lothar Collatz propôs este algoritmo em 1937, isto não tenha falhado uma única vez.

É um sucesso de 85 anos de testes com todo tipo de número Natural realizado pela comunidade matemática (que adora testar coisas de forma bem astuta).

Enfim, temos uma regra que funciona sem falhas a 85 anos, e testada pelos maiores especialistas do mundo em matemática.

Então, ela deve ser uma regra verdadeira, certo?

Em outras áreas do conhecimento científico, este realmente é um argumento forte o bastante para assumirmos algo como verdade (até que surjam evidências contrárias).

Porém, do ponto de vista matemático, sobre aceitar esta regra como verdade é uma perfeita JoJo Reference:

Eu recuso!

A ausência de casos falhos nos últimos 85 anos não é nem de longe um argumento forte o suficiente para se aferir que esta regra seja verdade do ponto de vista matemático.

Pois diferente das outras áreas do conhecimento, uma verdade consequentemente pode vir a ser confrontada com o passar do tempo com a aparição de novas evidências contrárias.

Contudo, na matemática, cujo campo das evidências ocorre num espaço abstrato e assim, acessível, temos o "poder" de chamar qualquer número Natural dos confins do universo para este teste.

Mas mesmo que esse conjunto não tivesse uma quantidade infinita de elementos, mostrar que precisaríamos mostrar que vale para cada um deles.

Apenas para sentir o drama, imagine que exista apenas um quintilhão de números Naturais (1.000.000.000.000.000.000) e tenhamos um computador capaz de realizar um milhão de testes por segundo.

Ainda assim, testar cada um destes casos levaria mais de 30 mil anos.

Essa questão sobre o algoritmo do Problema 3x + 1 é tratada de forma mais fluida em dois áudios disponíveis no recurso 3x + 1, desenvolvidos pelo projeto Matemática Multimídia.

Junto a esses áudios, há também um guia para auxiliar o professor na discussão desse conteúdo em sala de aula (na verdade o material é bom até mesmo para quem quer se aventurar mais com este problema, pois apresenta inclusive um código fonte em Python para rodar o algoritmo).

De todo modo, se o problema ainda lhe pareceu confuso, ou mesmo o algoritmo não ficou tão claro, dê uma lida no guia que irá ajudar.

O link para o conteúdo referente a este material encontra-se abaixo:

https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1328

Sobre a Autora

EMANUELLY DE PAULA é Licenciada em Matemática pela USP, Especialista em Informática aplicada à Educação pelo IFRJ, Mestre e Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela UNESP e UNICAMP respectivamente. Atualmente é professora do IFRJ, campus Duque de Caxias e gerencia os Blogs Zero e M^3 desde suas fundações.

Outros Ebooks Publicados

M30: volume 1

M30: volume 2

M30: volume 3

M30: volume 4

M30: volume 5